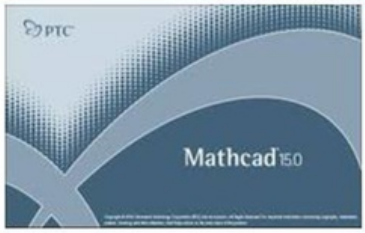
Softcopy naskah terakhir yang dikirim ke penerbit (Matematika Teknik)

by Ismail Ismail

Submission date: 20-Jun-2018 07:41AM (UTC+0700)
Submission ID: 977111816
File name: naskah_terakhir_yang_dikirim_ke_penerbit_Matematika_Teknik.pdf (5.37M)
Word count: 13039
Character count: 73380

MATEMATIKA TEKNIK



Google
Sheets

DENGAN MATHCAD,
EXCEL & GOOGLE SHEET

SOLUSI MATEMATIKA DASAR DAN LANJUT

2

UU No 19 Tahun 2002 Tentang Hak Cipta

Fungsi dan Sifat hak Cipta Pasal 2

1. Hak Cipta merupakan hak eksklusif bagi pencipta atau pemegang Hak Cipta untuk mengumumkan atau memperbanyak ciptaannya, yang timbul secara otomatis setelah suatu ciptaan dilahirkan tanpa mengurangi pembatasan menurut peraturan perundang-undangan yang berlaku.

Hak Terkait Pasal 49

1. Pelaku memiliki hak eksklusif untuk memberikan izin atau melarang pihak lain yang tanpa persetujuannya membuat, memperbanyak, atau menyiarkan rekaman suara dan/atau gambar pertunjukannya.

Sanksi Pelanggaran Pasal 72

1. Barangsiapa dengan sengaja dan tanpa hak melakukan perbuatan sebagaimana dimaksud dalam pasal 2 ayat (1) atau pasal 49 ayat (2) dipidana dengan pidana penjara masing-masing paling singkat 1 (satu) bulan dan/atau denda paling sedikit Rp 1.000.000,00 (satu juta rupiah), atau pidana penjara paling lama 7 (tujuh) tahun dan/atau denda paling banyak Rp 5.000.000.000,00 (lima miliar rupiah).
2. Barangsiapa dengan sengaja menyiarkan, memamerkan, mengedarkan, atau menjual kepada umum suatu ciptaan atau barang hasil pelanggaran Hak Cipta sebagaimana dimaksud dalam ayat (1), dipidana dengan pidana penjara paling lama 5 (lima) tahun dan/atau denda paling banyak Rp 500.000.000,00 (lima ratus juta rupiah)

MATEMATIKA TEKNIK

' U,MP DLO6 7 0 7
,NEDO6 7 0 7

Ikbal, S.T., M.T.

deepublish
glorify and develop the intellectual of human's life

deepublish | publisher

Jl.Rajawali, G. Elang 6, No 3, Drono, Sardonoharjo, Ngaglik, Sleman
Jl.Kaliurang Km.9,3 – Yogyakarta 55581
Telp/Faks: (0274) 4533427
Website: www.deepublish.co.id
www.penerbitdeepublish.com
E-mail: deepublish@ymail.com

Katalog Dalam Terbitan (KDT)

IKBAL
Matematika Teknik/oleh Ikbal.--Ed.1, Cet. 1--
Yogyakarta: Deepublish, Agustus 2016.

x, 151 hlm.; Uk:14x20 cm

ISBN **978-Nomor ISBN**

1. Matematika Teknik I. Judul
510

Hak Cipta 2016, Pada Penulis

Desain cover : Diisi nama
Penata letak : Cinthia Morris Sartono

PENERBIT DEEPUBLISH
(Grup Penerbitan CV BUDI UTAMA)
Anggota IKAPI (076/DIY/2012)

Copyright © 2016 by Deepublish Publisher
All Right Reserved

Isi diluar tanggung jawab percetakan

Hak cipta dilindungi undang-undang
Dilarang keras menerjemahkan, memfotokopi, atau memperbanyak sebagian atau seluruh isi buku ini tanpa izin tertulis dari Penerbit.

PRAKATA

MathCAD adalah perangkat lunak komputer terutama ditujukan untuk verifikasi, validasi, dokumentasi dan penggunaan kembali perhitungan teknik. Mathcad Pertama kali diperkenalkan pada tahun 1986 pada DOS, Awalnya dipahami dan ditulis oleh Allen Razdow (dari MIT, salah satu pendiri Mathsoft), Mathcad kini dimiliki oleh PTC dan secara umum diterima sebagai aplikasi komputer pertama untuk secara otomatis menghitung dan memeriksa konsistensi dari unit teknik VHSHUWDWLVWLN Satuan Internasional (SI), di seluruh set perhitungan. Mathcad saat ini meliputi beberapa kemampuan dari suatu sistem aljabar komputer, tetapi tetap berorientasi pada kemudahan penggunaan dan dokumentasi simultan aplikasi teknik numerik.

MathCAD merupakan *calculation tool* untuk para rekayasa *(engineer).* Dengan menggabungkan perhitungan, grafik, teks dan gambar dalam sebuah dokumen, mathCAD dapat memberikan informasi dan publikasi untuk membantu manajerial dalam proyek besar. MathCAD juga menyediakan dokumen perhitungan dalam bahasa matematis, karena mathCAD menggabungkan perhitungan komputasi secara penuh melalui notasi perhitungan konvensional dengan fitur-fitur huruf dan perangkat grafik.

MathCAD berorientasi sekitar worksheet, di mana persamaan dan ekspresi diciptakan dan dimanipulasi dalam format grafis yang sama di mana mereka disajikan (WYSIWYG) yang berarti segala sesuatu yang tertulis dalam lembar kerja MathCAD, itu pula yang akan kita peroleh dalam tampilannya. Sebagai contoh untuk perhitungan yang menggunakan operator integrasi, MathCAD telah menyediakan simbol integral yang sesungguhnya. Hal ini tidak seperti program lain seperti Mapple, Mathematica, Mathlab dan lain-lain.

Mathcad adalah bagian dari sistem pengembangan produk yang lebih luas yang dikembangkan oleh PTC, dan sering digunakan untuk

banyak sentuhan poin analitis dalam proses rekayasa sistem. Hal tersebut terintegrasi dengan solusi lain PTC yang pengembangan produk bantuan, termasuk Creo Elements / Pro , Windchill , dan Creo Elemen / View . Yang hidup integrasi fitur-tingkat dengan Creo Elemen / Pro memungkinkan Mathcad model analitis untuk langsung digunakan dalam mengemudi CAD geometri, dan kesadaran struktural di dalam Angin Dingin memungkinkan perhitungan hidup untuk digunakan kembali dan kembali diterapkan terhadap beberapa model desain.

Selain itu kita dapat membangun sendiri rumus-rumus diperlukan untuk semua *file* yang kita miliki dengan program MathCAD. Seluruh tampilan lembar kerja mathCAD dapat digunakan sebagai tempat perhitungan. Salah satu keunikan program ini adalah "***What You See What You Get***"

Anda dapat menulis persamaan seperti yang biasa anda gunakan. Contoh sederhana ketik persamaan berikut, kemudian lihat hasil dari penulisan.

$$x := \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$$

PRAKATA

Anda dapat menggunakan persamaan MathCAD untuk menyelesaikan simbol dan persamaan numerik. Anda dapat menempatkan teks di mana saja dalam *worksheet* dan memasukkan grafik dua dimensi dan tiga dimensi. Anda juga dapat mengilustrasikan pekerjaan anda dengan gambar yang diambil dari aplikasi yang lain. MathCAD juga dapat digunakan untuk mengkonversi satuan.

Microsoft Excel merupakan suatu perangkat Office yang full, banyak para Engineer (QJLQHHU FHUDN P LULQJ ni untuk memudahkan pekerjaan mereka, dan bahkan lebih jauh lagi perangkat office ini bisa dibuat program sehingga memudahkan si user XVHUP LULQJ menginput atau menghitung dalam berbagai proyek. Di dunia industry LQGXVWUL bahkan dunia kerja Microsoft Excel SHUDQJNDW0 LFURVRIW2 IILFH ([FHO individu sangat bergantung pada perangkat ini.

Google sheet merupakan aplikasi office dari google yang bersifat free, IUHHP LULQ J memungkinkan para pengguna smartphone VP DUWSKRQHP LUL QJ mela atan praktis di GLODSDQJDQ a para enjiner J melakukan tugasnya. Dengan memadukan dua aplikasi ini, maka sa banyak manfaat yang bisa dirasakan, khususnya penulis yang telah melakukan dalam kegiatan praktis. Sehingga penulis berani menuangkannya ke dalam suatu bahan ajar.

Pada edisi ini penulis belum mencantumkan penggunaan Microsoft Excel pada Bab 6, Bab 7 dan Bab 8. Namun pada Bab 9 Penulis mencantumkan bagaimana Microsoft Excel bisa berkolaborasi dengan MathCAD menjadi suatu program Powerfull sehingga bisa dengan mudah di distribusikan, bahkan dari kolaborasi kedua perangkat ini bisa mengalahkan perangkat-perangkat lain yang berbasis Analisa modelling seperti Nastran, CosmosWork, Ansys dan Lain-lain. DQDOLVD

Dalam buku ini, dirancang untuk semua kalangan baik pelajar, mahasiswa sarjana, mahasiswa magister maupun guru dan dosen untuk kategori pemula ataupun tingkat lanjut. Sehingga diharapkan dapat

menyelesaikan suatu permasalahan dengan lebih cepat dan akurat tanpa mengurangi pemahaman dari Teorema dasar dari suatu permasalahan. Pada awal bab diberikan kunci penguasaan materi dari suatu permasalahan, yang diharapkan pembaca dapat mereview kembali.Untuk [illegible] mpai bab keempat ditujukan untuk mahasiswa sarjana [illegible] rusan, sedangkan pada bab selanjutnya ditujukan untuk mahasiswa teknik baik program sarjana maupun program Pascasarjana.

Cilegon, 21 April 2015

Penulis

DAFTAR ISI

PRAKATA ..... **v**

PRAKATA ..... **vii**

DAFTAR ISI ..... **ix**

BAB I **1**
PENDAHULUAN
1.1 Instalasi Mathcad 2
1.2 Ruang *Interface* Pada Mathcad 5

BAB 2 ..... **11**
MATHCAD DAN SPREADSHEET DASAR
2.1 MathCAD Dasar 12
2.2 Excel Dasar 27
2.3 *Google Sheet Dasar* 32

BAB 3 ..... **35**
AKAR-AKAR PERSAMAAN
3.1 Kunci Penguasaan Materi 36
3.2 Menggunakan Metode MathCAD 36
3.3 Menggunakan Metode Excel 38
3.4 Soal latihan 39

BAB 4 ..... **41**
PERSAMAAN ALJABAR LINEAR
4.1 Kunci Penguasaan Materi 42
4.2 Metode MathCAD 42
4.3 Metode Excel 45
4.4 Soal Latihan 47

BAB 5 ..... **49**
OPTIMASI
5.1 Kunci Penguasaan Materi 50

5.2 Konsep dasar 50
5.3 5.3 M GREHO AD 53
5.4 Metode Excel 59
5.5 Soal latihan 62

BAB 6 63
CURVE FITTING
6.1 Kunci Penguasaan Materi 64
6.2 Soal latihan 70

BAB 7 73
NUMERICAL INTEGRATION DAN DIFFRENTIAL
7.1 Kunci Penguasaan Materi 74
7.2 Konsep Dasar 74
7.3 Soal latihan 79

BAB 8 81
PERSAMAAN DIFFERENTIAL ORDE
8.1 Kunci Penguasaan Materi 82
8.2 Latihan Soal 87

BAB 9 89
PERSAMAAN DIFFERENTIAL PARTIAL
9.1 Kunci Penguasaan Materi 90
9.2 Konsep Dasar 90
9.3 METODE ELEMEN HINGGA. 93
9.4 Soal latihan 106

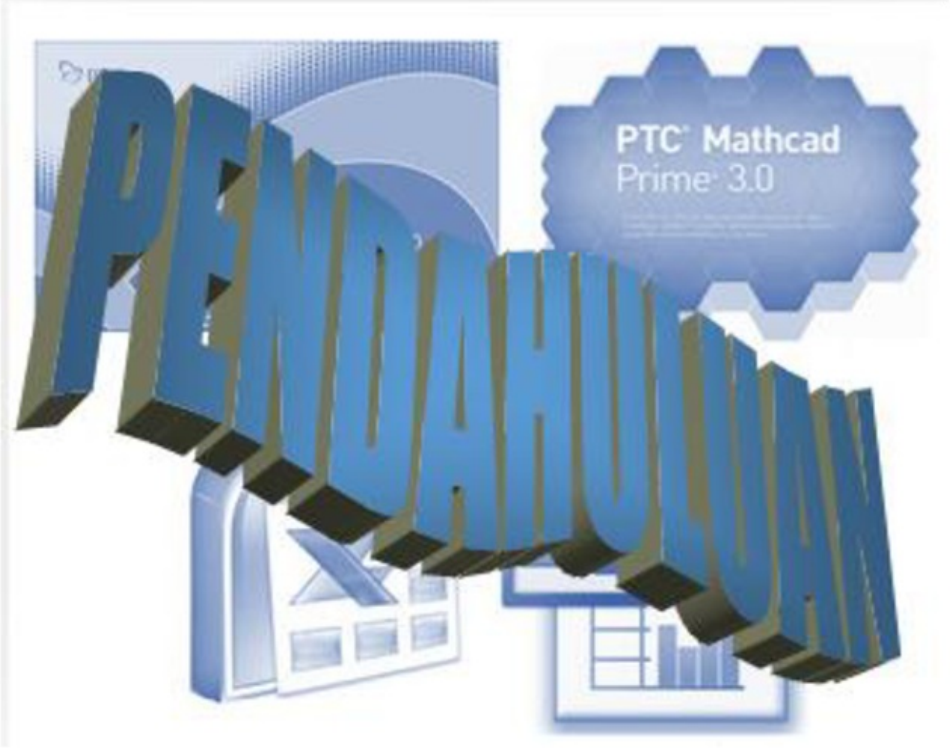
BAB 10 107
IMPOR DAN EXPORT
10.1 Transfer data dari MS Office ke MathCAD kita memiliki pilihan berikut tersedia: 108
10.2 Transfer data dari MathCAD ke Ms Office: 108

DAFTAR PUSTAKA 109

APPENDIX A 111

APPENDIX B 147

BAB I



BAB 1 PENDAHULUAN

Meskipun program MathCAD ini sebagian besar berorientasi pada pengguna non-pemrograman, Namun yang terpenting program MathCAD ini banyak digunakan dalam proyek-proyek yang lebih kompleks untuk memvisualisasikan hasil pemodelan matematika yang menggunakan komputasi terdistribusi dan bahasa pemrograman tradisional.

Untuk membuat belajar matematika lebih menyenangkan kita harus mampu memahami pengetahuan matematis yang merupakan alat powerful yang bisa membantu kita mengikuti perkembangan jaman. Seperti yang dilakukan ahli matematika dalam melakukan dan bagaimana mereka berpikir, kita juga bisa memotivasi bahwa kita juga mampu berpikir seperti ahli matematika.Untuk itu kita harus menggunakan keingintahuan alami dan kemampuan penyelesaian masalah untuk bertanya, seperti mengapa dan bagaimana situasi yang dihadapi saat mengerjakan persoalan matematis. Ketika kita menyelidiki soal matematika, dengan menggunakan beberapa langkah untuk sampai pada keputusan. Dengan melengkapi proses ini, maka prose belajar berpikir kita akan sama seperti ahli matematika.

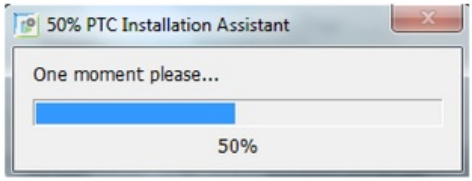
Tujuan Pembelajaran dalam buku ini :

1. Meng-*input* dan Meng-*edit* persamaan
2. Membangun, membuat definisi sendiri serta fungsi-fungsi
3. Meng-*input text*
4. Memformat lembar kerja
5. Metode untuk menyelesaikan model persamaan secara numerik
6. Meng-*Import*, *Export* dan menganalisis data

1.1 Instalasi Mathcad

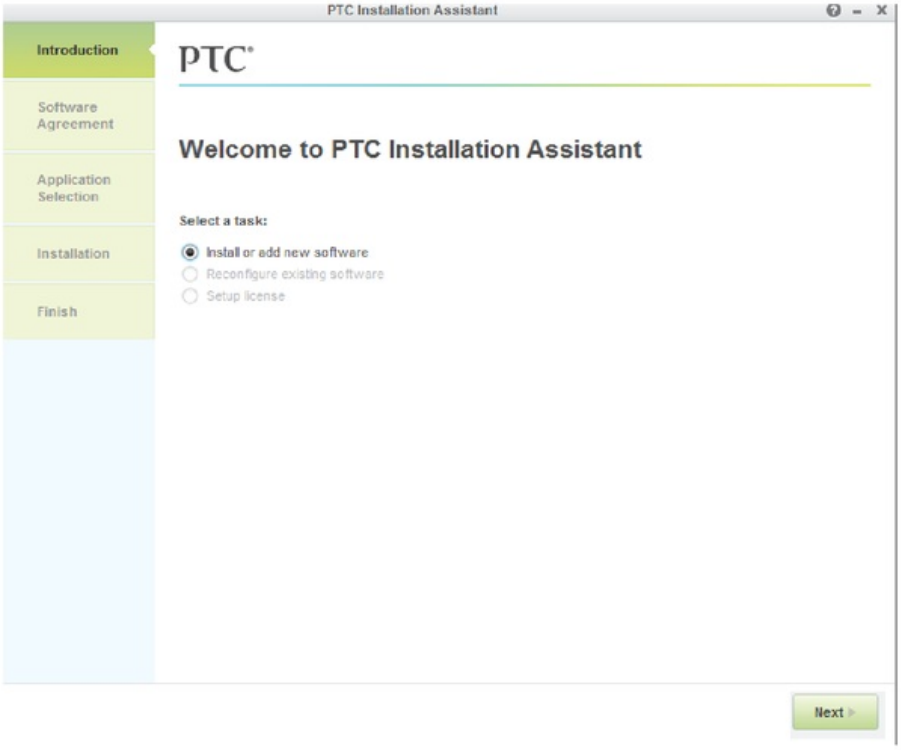
Program MathCAD bisa didapatkan secara gratis pada website resminya yakni www.ptc.com. Atau langsung menuju ke filenya dengan alamat http://free-dl.ptc.com/install/pim_ installmgr_mathcad.exe, bisa juga copy url diatas ke internet download manager. Di situs resminya kita bisa mendownload dan menginstal secara gratis untuk dipakai selamanya, full versi hanya 30 hari trial selanjutnya anda akan masuk ke versi Mathcad Express aktif selamanya. Dengan membeli lisensinya maka kita akan mendafatkan software tersebut secara penuh. Namun untuk versi free kita masih bisa memanfaatkan program tersebut dan kita bisa mengunakannya.

Setelah di download maka kita akan mendapatkan file dengan nama ***pim_installmgr_mathcad.exe.*** Jalankan program tersebut dengan posisi komputer atau laptop masih terhubung dengan internet
Maka akan tampil seperti dibawah



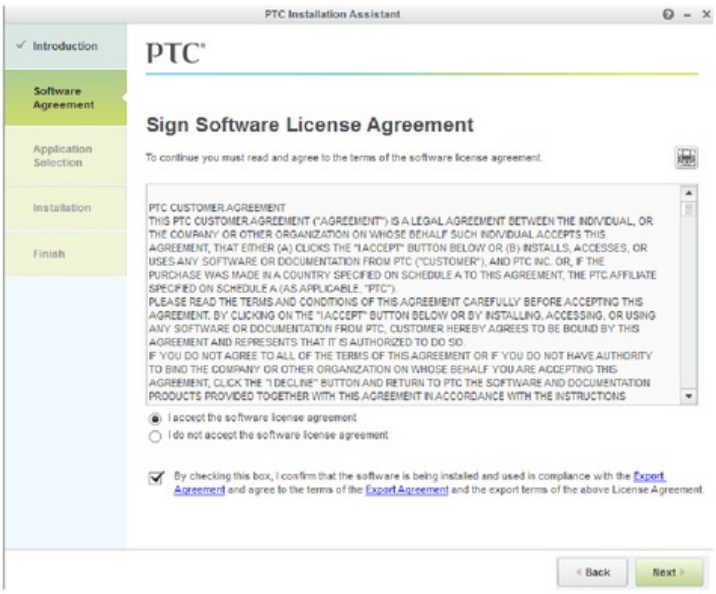
Gambar 1.1 Tampilan pertama Instalasi

Tampilan selanjutnya, kemudian klik next



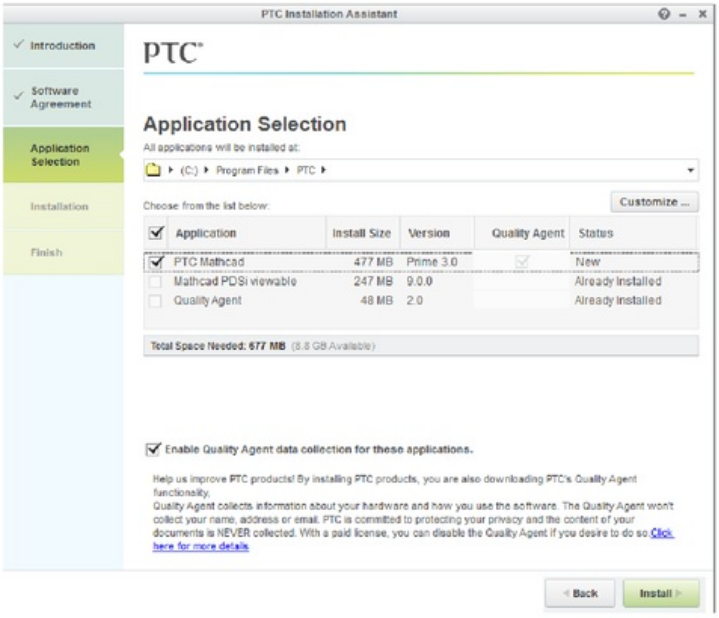
Gambar 1.2 Tampilan kedua Instalasi

Selanjutnya pilih I accept the license agreement dan contreng license agreement, setelah itu klik next.



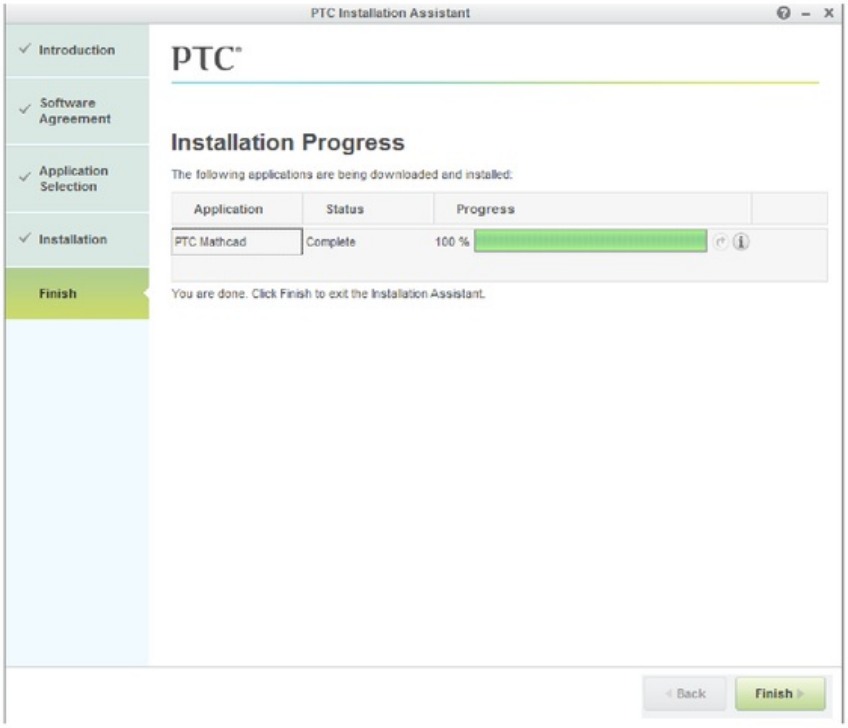
Gambar 1.3 Tampilan ketiga Instalasi

Kemudian pilih PTC MathCAD version 3.0 dan conteng Enable Quality Agent kemudian klik Install. Pada saat install yakinkan bahwa koneksi internet anda lancer.



Gambar 1.4 Tampilan keempat Instalasi

Setelah selesai klik Finish



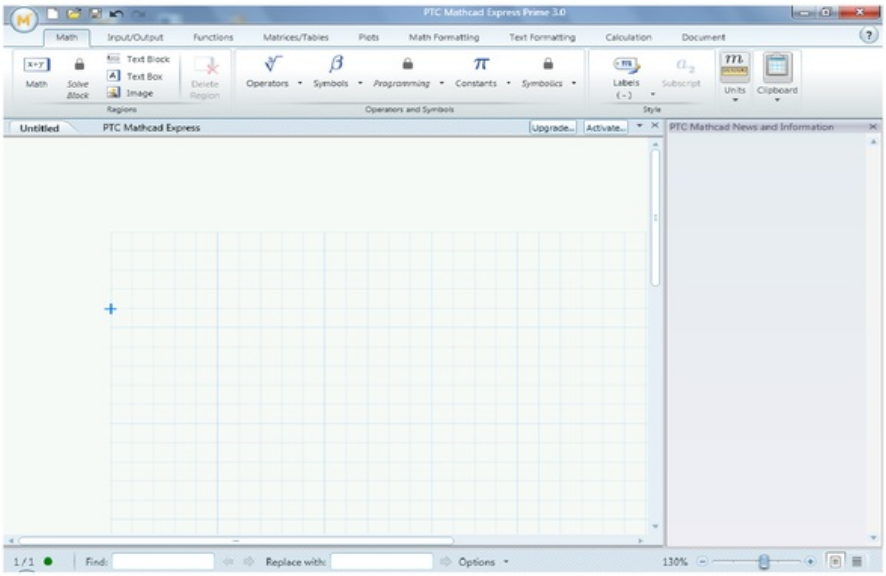
Gambar 1.5 Tampilan ke lima Instalasi (Finish)

1.2 RUANG *INTERFACE* PADA MATHCAD

Berikut merupakan ruang *interface* yang terdapat dalam mathCAD. Diantaranya adalah, *calculator toolbar*, *graph toolbar*, *vector* dan *matrix toolbar*, *evaluation toolbar*, *calculus toolbar*, *Boolean toolbar*, *programming toolbar*, *greek symbol toolbar*, *symbolic keyword toolbar*.

Gambar 1.6 Tools pada MathCAD 15

Gambar 1.7 Bagian dari Tool Math



Gambar 1.8 Tampilan pada MathCAD Prime 3.0 versi terakhir

Secara umum pada MathCAD 15 dan MathCAD prime tidak jauh berbeda. Hanya saja disini penulis lebih suka menggunakan MathCAD 15.
Hal – Hal yang penting di dalam MathCAD :

tanda ini digunakan untuk meng-*input* atau mendefinisikan.

(Evaluasi persamaan)tanda ini digunakan untuk mendapatkan hasil (*output*) seperti hasil dari perhitungan

Memprioritaskan tanda persamaan.
MathCAD selalu mengevaluasi lember kerja yang dimulai dari kiri atas dan selanjutnya kebawah sampai akhir lembar kerja. Jika ingin mendefinisikan sesuatu pada akhir lembar kerja walaupun hal tersebut sudah digunakan sebelumnya, maka digunakan tanda
(MathCAD selalu mengevaluasi terlebih dahulu persamaan menggunakan tanda prioritas tersebut.

untuk menyelesaikan dengan *Output* secara *symbolic*

tanda Boolean (Tercetak Tebal berbeda dengan Evaluasi persamaan). Digunakan untuk meng-*input* satu atau lebih persamaan untuk variael yang diketahui maupun tidak diketahui.

Penting!

MathCAD selalu mengevaluasi lember kerja yang dimulai dari kiri atas dan selanjutnya ke bawah sampai akhir lembar kerja.

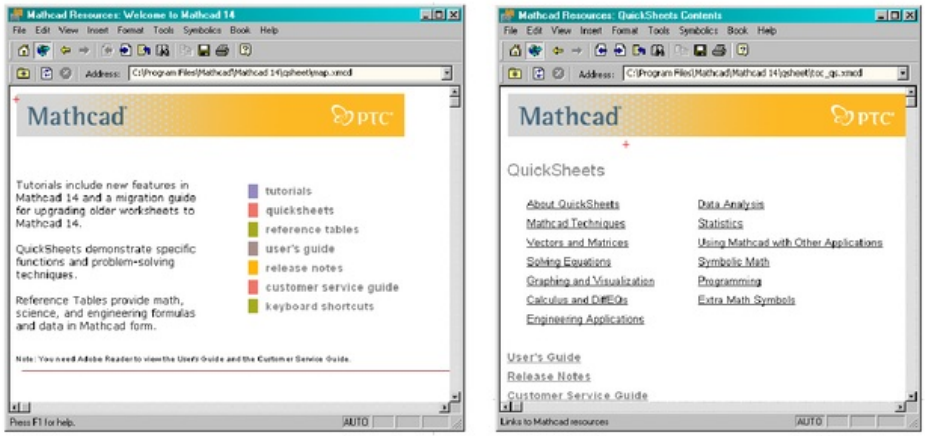
Selalulah konsisten dalam meng-Input symbol atau tanda Baik di input dengan huruf besar atau kecil.

Dan Pada saat Pemberian tanda Penjumlahan/Pengurangan dan lain lain tak perlu menggunakan tanda Spasi.

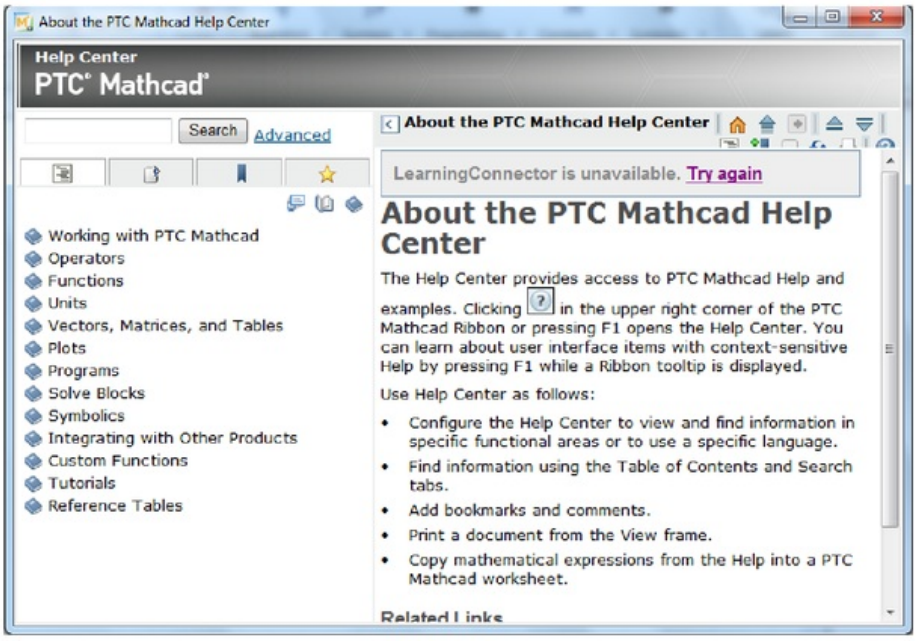
Seperti Program lainnya MathCAD juga membangun *file HELP*.

Klik pada item menu "*Help*" untuk mendapatkan jendela *Help*.

Dalam Jendela *Help* terdapat beberapa informasi secara interaktif, termasuk referensi bahan pembelajaran.



Gambar 1.9 MathCAD 15 Help

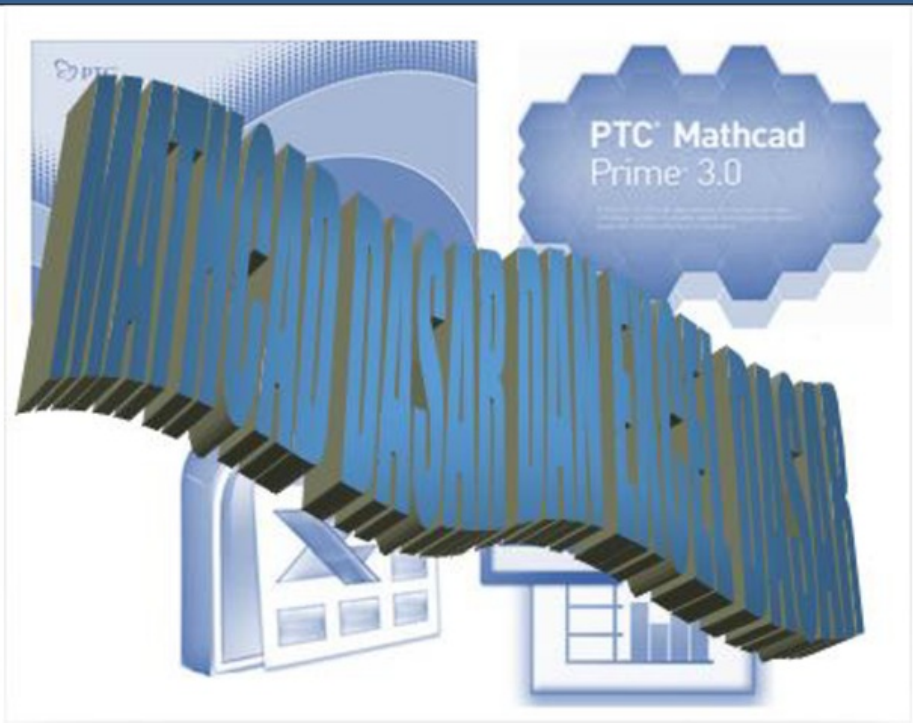


Gambar 1.10 MathCAD Prime 3.0 Help

Pada bab selanjutnya penulis akan membahas sedikit perbedaan antara MathCAD 15 dan MathCAD Prime 3.0. Namun jika pembaca menggunakan MathCAD dibawah versi 15 maka versi tersebut tidak stabil, sehingga terdapat eror dari jawaban maupun pengetikan persamaan.

BAB 1 PENDAHULUAN

BAB 2



BAB 2 MATHCAD DAN SPREADSHEET DASAR

Pada bab ini akan dijelaskan perhitungan sederhana sekaligus pengenalan pada fitur-fitur MatCAD dan Excel dalam pengoperasiannya.

2.1 MathCAD Dasar

A. Perhitungan Numerik Sederhana

Perhitungan numerik adalah perhitungan yang seluruhnya melibatkan angka atau bilangan di dalamnya. Simbol – simbol elementer yang digunakan adalah:

Penambahan	: +	Pengurangan	: -
Perkalian	: *	Pembagian	: /
Pemangkatan	: ^		

Contoh A.1: (masalah aritmatika)

Diketahui dua buah bilangan masing-masing a=50 dan b=40. Hitung nilai dari:

a. a . b
b. a/b
c. a/b+b/a

Penyelesaian:

Terlebih dahulu kita harus mendefinisikan kedua nilai yang diketahui dengan cara berikut:

Ketik a:

MathCAD akan menampilkan : sebagai :=

a:= 50 b:= 40

a. ketik a*b=2x10^3

untuk mengubah format bilangan yang dihasilkan, gunakan kotak *Result* Format yang diperoleh dari memilih:

Format, Result, pilih Decimal, kemudian OK

Hasilnya: a.b=2000

b. ketik a/b=1.25

c. ketik a/b+b/a=2.05

Contoh A.2:

Salah satu sisi siku-siku dari sebuah segitiga panjangnya 50 cm. Berapakah panjang sisi siku-siku lainya jika panjang sisi miringnya 130 cm.

Penyelesaiannya:
definisikan nilai-nilai yang diketahui:

$x := 50 \qquad r := 130$

$y := \sqrt{r^2 - x^2}$

hasilnya:

$y = 120$

B. PERHITUNGAN NUMERIK DENGAN CALCULATOR TOOLBAR

Calculator: Arithmetic operators.

Operator:	Keystroke:
factorial	[!]
imaginary unit	1i
absolute value	[|]
square root	[\]
nth root	[Ctrl] [\]
natural log base	e [^] x
exponentiation	[^]
pi (π)	p [Ctrl] g or [Ctrl] [Shift] p
mixed number	[Ctrl] [Shift] [=]
addition	[+]
subtraction	[−]
multiplication	[*]
inline division (÷)	[Ctrl] [/]
division	[/]
definition	[:]
evaluation	[=]

Gambar B.1 Bagian dari Tool Calculator

Meskipun mathCAD dapat digunakan dalam perhitungan matematik yang rumit, mathCAD juga dapat digunakan sebagai kalkulator dalam perhitungan matematik yang sederhana.

Contoh B.1

Tabel B.1

Ketik	Terlihat
(9+3)/2*4-5	$\frac{(9+3)}{2\cdot 4-5}$
3+\2	$3+\sqrt{2}$
\16-d^2	$\sqrt{16-d^2}$
log(x^2)-log(1000)	$\log(x^2)-\log(1000)$

Tekan	Terlihat
( ) 9 + 3 / 2 × 4 − 5	$\frac{(9+3)}{2\cdot 4-5}$
3 + √ 2	$3+\sqrt{2}$
√ 1 6 − 2 x^2	$\sqrt{16-2^2}$
log 1 0 0 x^2 [Spacebar] − log 1 0 0 0	$\log(100^2)-\log(1000)=1$

Latihan B! kerjakan persamaan berikut:

1) $15-\frac{8}{104.5}=14.923$

2) $\frac{(9+3)}{2\cdot 4-5}=4$

C. *Membuat Persamaan Matematis*

Membuat persamaan matematis dalam mathCAD dapat dilakukan dengan dua cara, yang pertama dengan menggunakan cara manual kemudian yang kedua dengan menggunakan *toolbar* kalkulator. Berikut merupakan perbandingan dalam mengerjakan dengan dua cara tersebut.

Contoh C.1:

Tabel C.1 Menggunakan Cara Manual

Ketik	Terlihat
1/2 [Spacebar] +2	$\frac{1}{2}+2$
x^2 [Spacebar] +2x+1	x^2+2x+1
\3/4 [Spacebar] +1/2	$\frac{\sqrt{\frac{3}{4}+\frac{1}{2}}}{6}$
[Spacebar][Spacebar][Spacebar] /6	
x+6[Spacebar]* (x^3[Spacebar]-1)	$(x+6)(x^3-1)$

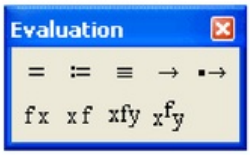
Contoh C.2:

Tabel C.2 Menggunakan Toolbar kalkulator

Tekan dan Ketik	Terlihat
1 / 2 [Spacebar] + 2	$\frac{1}{2}+2$
√ 3 / 4 [Spacebar] 1 / 2	$\frac{\sqrt{\frac{3}{4}+\frac{1}{2}}}{6}$
[Spacebar][Spacebar][Spacebar] / 6	
( ) x-1 [Spacebar] [Spacebar] * ( )	$\frac{(x-1)(x+2)}{x+4}$
x+2 [Spacebar] [Spacebar] [Spacebar]/x+4	
log 1000 [Spacebar] -log 10000 =	$\log(1000) - \log(10000)$

D. *PERHITUNGAN DENGAN EVALUATION TOOLBAR*

Evaluation: Equal signs for evaluation and definition.



Operator:	Keystroke:
evaluation	[=]
definition	[:]
global definition	[~]
live symbolic evaluation	[Ctrl] [.]
symbolic evaluation w/keywords	[Ctrl] [Shift] [.]
custom prefix operator	
custom postfix operator	[Ctrl] [Shift] X
custom infix operator	
custom treefix operator	

Gambar D.1 Bagian dari Tool Evaluation

Cara mengerjakan

Tabel D.1 Cara mengerjakan perhitungan dengan Tool Evaluation

KETIK	TERLIHAT
x:2	$x := 2$
Atau ketik **x** dan tekan := kemudian ketik 2	
lalu ketik **y:x^2 [Spacebar] -1**	$y := x^2 - 1$
dan **y=**	$y = 3$
Atau ketik **y** dan tekan =	

Contoh D.1:

$k = \sqrt{d^2 + b^2}$ dimana $d = 39$, $b = 52$ $k = ?$

Cara mengerjakan

Tabel D.2 Cara mengerjakan perhitungan dengan Tool Evaluation

KETIK	TERLIHAT
d:39	$d := 39$
Atau ketik **d** dan tekan :=	
b:52	$b := 52$
Atau ketik **b** dan tekan :=	
lalu ketik **k:\d^2 [Spacebar]+b^2**	$k := \sqrt{d^2 + b^2}$
dan **k=**	$k = 65$
Atau ketik **k** dan tekan =	

Contoh D.2:

Tabel D.3 Cara mengerjakan perhitungan dengan Tool Evaluatio

KETIK	TERLIHAT
g(x):15-x^2	$g(x) := 15 - x^2$
$g(2) =$	$g(2) = 11$
$g(3) =$	$g(3) = 6$

Contoh D.3:

Tabel D.4 Cara mengerjakan perhitungan dengan Tool Evaluation

KETIK	TERLIHAT
x:0;10	x := 0 .. 10
f(x):2x+1	f(x) := 2x + 1
f(x)=	f(x) = 1 3 5 7 9 11 13 15 17 19 21

E. PERHITUNGAN DENGAN CALCULUS TOOLBAR

Calculus: Derivatives, integrals, limits, and iterated sums and products.

Operator:	Keystroke:
derivative	[?]
nth derivative	[Ctrl] [Shift] [/]
infinity	[Ctrl] [Shift] Z
definite integral	[&]
indefinite integral	[Ctrl] I
summation	[Ctrl] [Shift] [4]
summation with range variables	[$]
iterated product	[Ctrl] [Shift] [3]
iterated product with range variables	[#]
two-sided limit	[Ctrl] L
right-hand limit	[Ctrl] [Shift] A
left-hand limit	[Ctrl] [Shift] B
gradient	[Ctrl] [Shift] G

Gambar E.1 Bagian dari Tool Kalkulus

Contoh E.1:

$$\lim_{x \to \infty} \frac{1}{x} \to 0$$

Cara mengerjakan

a. Klik $\lim_{\to a}$
b. Ketik Persamaan
c. Tekan **[Ctrl] [.]** dan **[Enter]**

Contoh E.2:

Cara mengerjakan $\frac{d}{dz}\sin(z) \rightarrow \cos(z)$

a. Klik $\frac{d}{dx}$
b. Ketik Persamaan
c. Tekan **[Ctrl]** **[.]** dan **[Enter]**

Ganti **sin** dengan: **cos** kemudian coba lagi dengan **tan**

$$\frac{d}{dz}\cos(z) \rightarrow -\sin(z)$$

$$\frac{d}{dz}\tan(z) \rightarrow \tan(z)^2 + 1$$

Contoh E.3:

$z := \pi$

$$\frac{d}{dz}\sin(z) = -1$$

Cara mengerjakan

a. Ketik Persamaan
b. Klik $\frac{d}{dx}$
c. Tekan **[=]**

Tips !

Lihat perbedaan antara numerik and simbolik atau eksak numerik

1. $\int_1^3 \frac{1}{3}x^3\,dx = 6.667$ **Numerik** Hasil numerik sampai dengan 3 desimal.

2. $\int_1^3 \frac{1}{3}x^3\,dx \rightarrow \frac{20}{3}$ **Eksak Numerik:** Ini merupakan hasil perhitungan dengan menggunakan simbol equal sign.

$\sum_{n=1}^{3} n^2 = 14$ numerik

$\sum_{n=1}^{k} n^2 \rightarrow \frac{k(k+1)(2k+1)}{6}$ simbolik

Numerik

$t := 1$

$\frac{d^3}{dt^3}(1+t)^5 = 240$

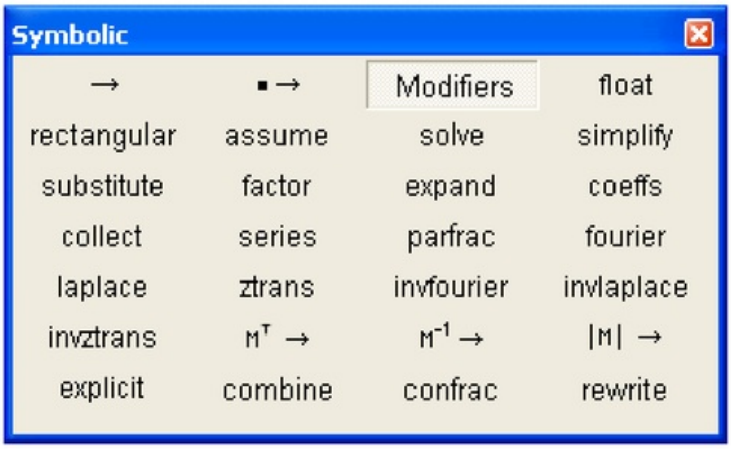
Simbolik

$x := x$

$\frac{d^3}{dx^3}(1+x)^5 \rightarrow 60\,(x+1)^2$

F. PERHITUNGAN DENGAN SYMBOLIC TOOLBAR

Symbolic: Symbolic keywords and modifiers.



Gambar F.1 Bagian dari Tool Symbolic

<u>Contoh 1:</u> $\frac{d}{dx}\sin(x)$

a. Ketik persamaan

b. Tekan $\rightarrow$ pada **symbolic toolbar** atau tekan **[Ctrl] [.]** dan **[Enter]**

c. Tekan **[Enter]** untuk menghitung persamaan

Terlihat hasil

$$\frac{d}{dx}\sin(x) \rightarrow \cos(x)$$

Contoh 2:

Untuk menyederhanakan persamaan, gunakan kata kunci ***"simplify".*** Sebagai contoh, untuk menyederhanakan persamaan sbb:

$(x-1)^2 + 2x^2 + 4x - 1$:

1. Ketik persamaan
2. Tekan ***"simplify"*** pada ***symbolic toolbar***.
3. Tekan [Enter]

Terlihat

$(x-1)^2 + 2x^2 + 4x - 1$ simplify $\rightarrow x(3x+2)$

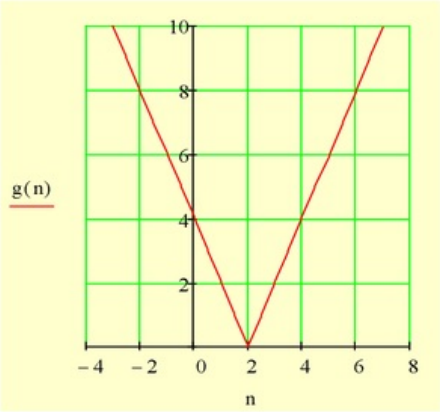
Anda dapat mengembangkan fungsi persamaan dalam deret taylor atau Maclaurin menggunakan kata kunci "series." Sebagai contoh persamaan sin(x) sebagai berikut:

$$\sin(x) \text{ series } \rightarrow x - \frac{x^3}{6} + \frac{x^5}{120}$$

G. MENGGUNAKAN GRAPH TOOLBAR

Graph toolbar

Operator:	Keystroke:
X-Y Plot	[@]
Zoom	
Trace	
Polar Plot	[Ctrl] 7
Surface Plot	[Ctrl] 2
Contour Plot	[Ctrl] 5
3D Bar Plot	
3D Scatter Plot	
Vector Field Plot	



G.1. Membuat 2D QuickPlot dari Persamaan atau Fungsi Persamaan

Contoh G.1:

Ketik:

g(n):|4-2n| **[Tab]**

n:-3,-2.5;7

Terlihat:

$g(n) := |4 - 2n|$

$n := -3, -2.5 .. 7$

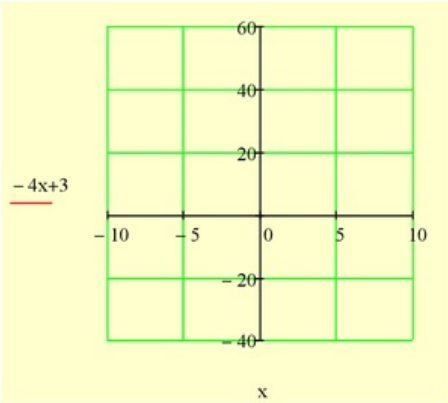
Tanpa memindahkan cursor anda dari math region, pilih **Graph > X-Y Plot**

Dari **Insert** menu. Di **placeholder** pada x-axis, dimana merupakan garis blue editing, ketik:X.

Kemudian klik di luar wilayah untuk melihat hasil plot.

Atau dibawah kedua definisi tersebut, ketik:@

Untuk menampilkan grafik



Gambar G.1 Bagian dari Tool Grafik

Contoh G.2:

Ketik:

g(n):|4-2n| **[Tab]**

n:-3,-2.5;7

Terlihat:

$g(n) := |4 - 2n|$

$n := -3, -2.5 .. 7$

Di bawah dua definisi tersebut, ketik :@**untuk menampilkan grafik atau Ctrl +2 pada MathCAD Prime**

Contoh 3:

Ketik

xdata: [Ctrl]m

Kemudian masukkan nilai x: 2, 4, 5, 7, 8, 9, 11, 13, 14, 15

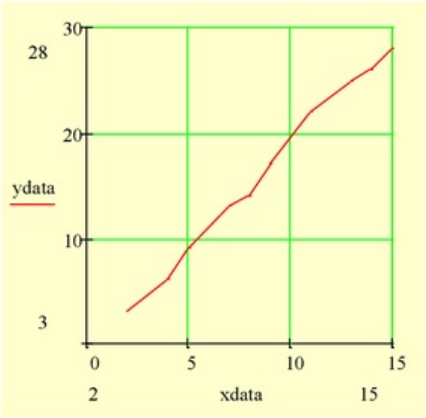
ydata: [Ctrl]m

Kemudian masukkan nilai y: 3, 6, 9, 13, 14, 17, 22, 25, 26, 28

Terlihat:

$$xdata := \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 5 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \\ 11 \\ 13 \\ 14 \\ 15 \end{pmatrix} \qquad ydata := \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 9 \\ 13 \\ 14 \\ 17 \\ 22 \\ 25 \\ 26 \\ 28 \end{pmatrix}$$

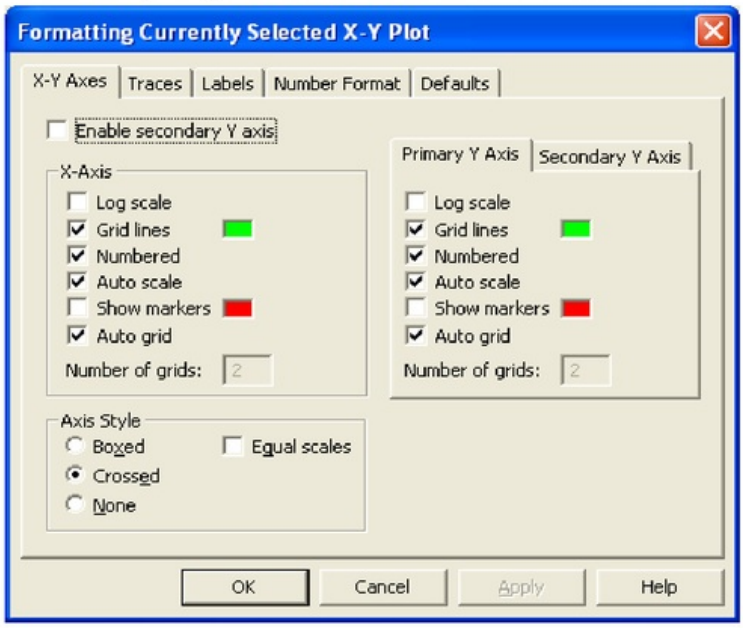
Kemudian
Ketik:@
Untuk menampilkan grafik atau Ctrl + 2 pada MathCAD Prime



Gambar G.1 Grafik ydata Vs xdata

G.2. Format Traces dalam Grafik 2 Dimensi

Klik dua kali pada grafik di bawah untuk **Plot format X-Y** dialog box:



Gambar G.2 Cara Format Grafik

H. MENGGUNAKAN MATRIX TOOLBAR

Matrix: Matrix and vector operators.

Operator:	Keystroke:
create matrix	[Ctrl] M
subscript	[
inverse	[^] [-] 1
determinant and magnitude	[|]
vectorize	[Ctrl] [-]
column	[Ctrl] 6
transpose	[Ctrl] 1
range variable	[;]
inner (dot) product	[*]
cross product	[Ctrl] 8
sum elements	[Ctrl] 4
picture display	[Ctrl] T

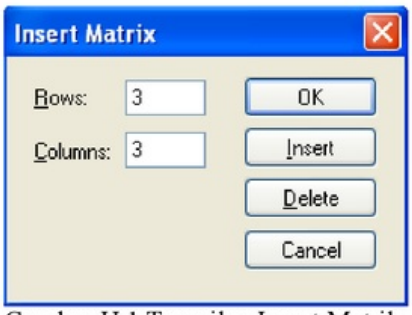
Gambar H.1 Bagian dari Tool Matrik

H.1 Membuat Vektor atau Matrik dengan Menggunakan Toolbar Matrik

1. Ketik [Ctrl] M atau klik Matrik atau tombol vektor pada Matrik toolbar.
2. Tentukan dimensi dari vektor atau matrik yang didiknginkan dan klik Ok atau Insert
3. Isi bagian yang kosong dengan nilai, gunakan Tab untuk memindahkan dari satu placeholder ke placeholder yang lain.

Ketik:
[Ctrl] M

Terlihat:



Gambar H.1 Tampilan Insert Matrik

Setelah itu kemudian tekan **OK** atau **Insert**:

Ketik:
1 kemudian **[Tab]** **2** kemudian **[Tab]**
Pada MathCAD prime ketik Shift +Spacebar

Terlihat:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & \blacksquare \\ \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare \\ \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare \end{bmatrix}$$

Contoh H.1:

Ketik persamaan berikut

$x := 2 \qquad y := 3 \qquad z := 5$

$$C := \begin{pmatrix} x & x+y & z \\ x & z^2 & z-x \\ y & z & x \end{pmatrix}$$

Untuk hasilnya ketik C dan klik = (**Evaluation Toolbar**)

Terlihat Hasil

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 5 \\ 2 & 25 & 3 \\ 3 & 5 & 2 \end{pmatrix}$$

H.2. Dasar-Dasar Matrik Aljabar

Berikut merupakan contoh sederhana perhitungan matrik

Contoh H.2.1:

$$v := \begin{pmatrix} 3+10 \\ 1-4 \\ 5\cdot 10 \end{pmatrix} \quad w := 2\cdot v + \begin{pmatrix} 7 \\ 2i \\ -18 \end{pmatrix}$$

Hasil

$$v = \begin{pmatrix} 13 \\ -3 \\ 50 \end{pmatrix} \quad w = \begin{pmatrix} 33 \\ -6+2i \\ 82 \end{pmatrix}$$

Contoh H.2.2:Penjumlahan Vektor / Perkalian Skalar

$$3\cdot v + w = \begin{pmatrix} 72 \\ -15+2i \\ 232 \end{pmatrix}$$

Contoh H.2.3:Dot Produk

$v \cdot w = 4.547 \times 10^3 + 6i$,gunakan $\vec{x}\cdot\vec{y}$ (pada **Dot Product Toolbar)**

Contoh H.2.4:Cross Produk

$$v \times w = \begin{pmatrix} 54 - 100i \\ 584 \\ 21 + 26i \end{pmatrix}$$

,gunakan (pada**Cross Product Toolbar)**

Contoh H.2.4: Matrix NegatifContoh H.2.5: Transpose

$$-w = \begin{pmatrix} -33 \\ 6 - 2i \\ -82 \end{pmatrix}$$

$$v^T = (13 \;\; -3 \;\; 50)$$

$$\begin{pmatrix} x & 1 & a \\ -b & x^2 & -a \\ 1 & b & x^3 \end{pmatrix}^T \rightarrow \begin{pmatrix} x & -b & 1 \\ 1 & x^2 & b \\ a & -a & x^3 \end{pmatrix}$$

Simple Teory In MathCAD

Notasi Dua Subscript pada Math

1) Literal subscript untuk pendefinisian konstanta or variabel
2) Array subscript untuk pendefinisian dan mengevaluasi vektor atau Elemen matrik

Lihat Perbedaanya

$x_2 := \pi$ maka $x = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 3.142 \end{pmatrix}$ .....Menggunakan Array Subscript

With Keystroke: **[to get x_2, type x [2**

$y_3 := \pi$ maka $y_3 = 3.142$ .....Menggunakan Literal Subscript

subscript type **y.3** to get y_3

Pada MathCAD Prime hal ini tidak berlaku sehingga cukup ketik **"y"** dan diikuti dengan mengetik **"3".** Dan terlihat $y3$ Array Subscript pada x_2 menunjukkan kepada sell ketiga pada vektor x. Hal ini karena secara default, Mathcad menghitung elemen pada sebuah vektor x atau matrik yang dimulai dari nol.

Ada dua cara untuk mengubah hal tersebut:

1) Ubah ORIGIN nilai untuk pada lembar kerja tersebut mneggunakan *Tools... Worksheet Options* dan pilih pada tab Built-In(seperti, **ORIGIN:1**) Variables.
2) Ketik pada lembar kerja untuk nilai yang baru pada ORIGIN.

Contoh

$x_2 := \pi \quad x = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 3.142 \end{pmatrix} \quad x_2 = 3.142 \quad ---- \quad z_{3,2} := 5 \quad z = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix} \quad z_{3,1} = 0$

ORIGIN = 0 ORIGIN := 1

$x = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 3.142 \end{pmatrix} \quad x_0 = \blacksquare \quad x_2 = 0 \quad x_3 = 3.142 \quad ---- \quad z = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix} \quad z_{3,1} = 0 \quad z_{4,3} = 5$

This array index is invalid for this array.

Contoh H.2.6: Menentukan Batas

Ketik i, klik := (***Evaluation Toolbar***), ketik -2 dan klik m..n (***Matrix Toolbar***) kemudian ketik **4**

Untuk hasil, ketik **i** dan klik = **Terlihat**

i := −2..4 i =

-2
-1
0
1
2
3
4

Contoh yang lain:

$i := -10..10$

$i =$

-10
-9
-8
-7
-6
-5
-4
-3
-2
-1
0
1
2
3
4
...

$j := 3..8$

$j =$

3
4
5
6
7
8

$k := 1, 3..10$

$k =$

1
3
5
7
9

$m := 0, 0.1..2$

$m =$

0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8
0.9
1
1.1
1.2
1.3
1.4
...

$n := 0, 2s..10s$

$n =$

0	s
2	
4	
6	
8	
10	

Atau juga dapat diubah ke bentuk di bawah ini, Dengan Cara:

$$n = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 4 \\ 6 \\ 8 \\ 10 \end{pmatrix} s$$

Klik kiri dua kali
Pilih pada...*Display Option*...dan Pilh *Matrix* Pada *Matrix Display Stle*

2.2 Excel Dasar

Pada bab ini penulis membahas masalah integral, turunan dan matrik. Karena ketiga pokok pembahasan tersebut sering dipergunakan untuk menyelesaikan suatu persamaan yang lebih komplek.

2.2.1 Integral

Untuk subbab ini akan dijelaskan perhitungan sederhana dengan menggunakan excel. Untuk penyelesaian Integral Menggunkana Excel ada dua meode yakni

1. *Metode Trapezoidal Rule,*
2. *Metode Simson's rule*

Namun pada subbab ini penulis hanya memberikan Metode Trapezoidal.

Aturan Trapezoid bekerja dengan mendekati fungsi $f(x)$ dengan fungsi piecewise linear dan mengevaluasi integral dari masing-masing bagian. Jika integral [a, b] dibagi menjadi n sub interval yang sama. masing-masing lebar maka pendekatan integral adalah $h\ \frac{b-a}{n}$

$$I = \frac{h}{2} \cdot \sum_{i=1}^{n} \left(f\left(x_{i-1}\right) + f\left(x_i\right)\right)$$

Dimana $x_i = a + i \cdot h \quad i = 0, 1 .. n$

Seperti ilustrasi contoh di bawah ini.
Contoh Hitunglah Integral dari

$$\int_0^1 14x^6 + 7 \quad dx$$

Dengan batasan iterasi n=50 maka didapatkan nilai-nilai
a=o b=1 n=50

F2 =7+14*E2^6

	A	B	C	D	E	F	G
1	a	b	n	h	xi	f(xi)	Ai
2	0	1	50	0.02	0	7	0.14
3					0.02	7	0.14
4					0.04	7	0.14
5					0.06	7	0.14
6					0.08	7	0.14

Berikut langka-langkahnya

1. Kolom A, B, dan C dimasukkan nilai yang diketahui untuk a=0, b=1, n=50.
2. Kolom D masukkan persamaan $h\ \frac{b-a}{n}$, sehingga kolom D diisi dengan = (B2-A2)/C2.

3. Kolom E2 = A2, untuk nilai x0 = 0
4. Kolom E3 dan seterusnya diisi dengan =IF(E2> = $B$2,$B$2,E2+$D$2), dan copy sampai ke bawah.
5. Kolom F diisi dengan persmaan $14x^6 + 7$, sehingga menjadi 7+14*E2^6 dan copy sampai ke bawah.
6. Kolom G diisi dengan persamaan Metode *Trapezoid rule* dengan $\frac{h}{2} \cdot \sum_{i=1}^{n} \left(f(x_{i-1}) + f(x_i)\right)$ sehingga kolom G =(E3-E2)/2*(F2+F3)
7. Disini iterasi sampai 50 namun penulis membuat copy iterasinya sampai 100 sehingga kita bisa melihat hasilnya.
8. Pada sell G103 diisi dengan =Sum(G2;G102)

G103 =SUM(G2:G102)

	A	B	C	D	E	F	G
100					1	21	0
101					1	21	0
102					1	21	0
103					1	21	9.0028

Dari sini kita dapatkan bahwa $\int_0^1 14x^6 + 7 \; dx$ bernilai = 9.

2.2.2 *Matrik Excel*

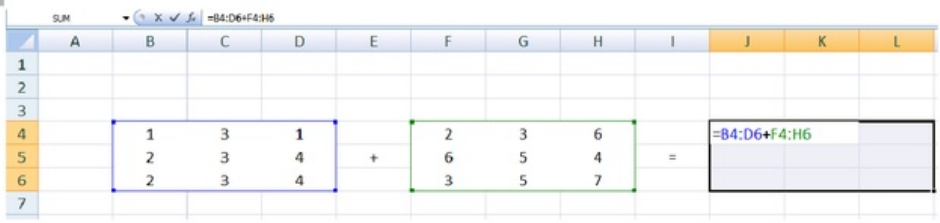
Pada Matrik Excel penulis akan memberitahu fungsi yang sudah ada di dalam Excel itu sendiri.

a. Penjumlahan

Contoh

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 3 & 6 \\ 6 & 5 & 4 \\ 3 & 5 & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 7 \\ 8 & 8 & 8 \\ 5 & 8 & 11 \end{pmatrix}$$

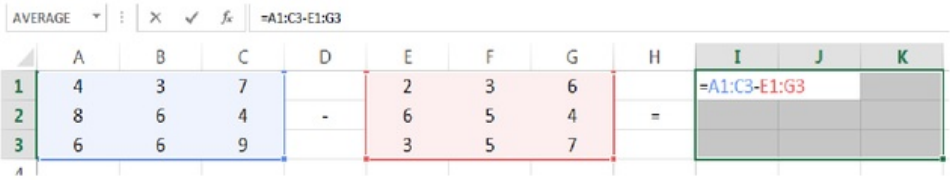
Maka pada Excel kita ketik persamaan seperti biasa, pada kolom hasil blok range J3:L6 kemudian ketik =B4:D6+F4:H6. Setelah itu tekan kombinasi Ctrl+Shift+Enter, sehingga terlihat hasilnya.



b. Pengurangan

$$\begin{pmatrix} 4 & 3 & 7 \\ 8 & 6 & 4 \\ 6 & 6 & 9 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 3 & 6 \\ 6 & 5 & 4 \\ 3 & 5 & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Sama halnya dengan penjumlahan, pengurangan matrik pada Excel dilakukan dengan blok range I1:K3 kemudian ketik =A1:C3-E1:G3. Setelah itu tekan kombinasi Ctrl+Shift+Enter, sehingga terlihat hasilnya.

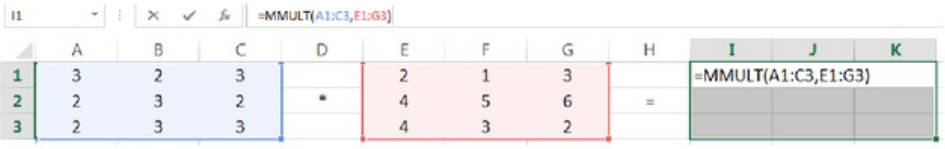


c. Perkalian

Perkalian Matrik dengan Excel menggunakan Fungsi MMULT, seperti sontoh di bawah ini:

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 2 \\ 2 & 3 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 4 & 3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 26 & 22 & 27 \\ 24 & 23 & 28 \\ 28 & 26 & 30 \end{pmatrix}$$

Maka pada Excel, setelah menginput data maka blok area I1:K3 kemudian ketik =MMULT(A1:C3,E1:G3). Setelah itu tekan kombinasi Ctrl+Shift+Enter, sehingga terlihat hasilnya.



d. Determinan

Fungsi Determinan pada Excel didefinisikan sebagai MDETERM.

Contoh Determinan dari matrik

$$\left|\begin{pmatrix} 26 & 22 & 27 \\ 24 & 23 & 28 \\ 28 & 26 & 30 \end{pmatrix}\right|$$

Pada Excel input data kemudian ketik =MDETERM(A1:C3), kemudian Enter maka hasilnya akan terlihat

AVERAGE | =MDETERM(A1:C3)

	A	B	C	D	E	F	G
1	26	22	27				
2	24	23	28	Determinan	=	=MDETERM(A1:C3)	
3	28	26	30				

e. Inverse

Pada Excel ada dua hal yang perlu kita ketahui untuk mencari inverse suatu matrik.

1. Inverse akan menghasilkan #num jika determinan sama dengan nol.
2. Inverse akan menghasilkan nilai jika determinannya tidak sama dengan nol.

Contoh

F5 | {=MINVERSE(A1:C3)}

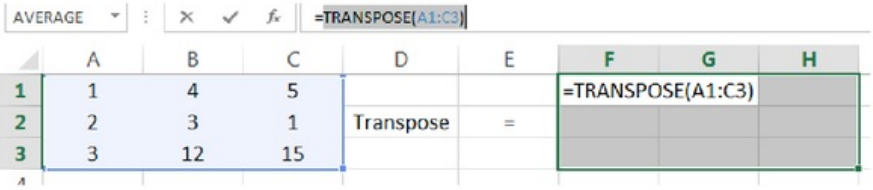
	A	B	C	D	E	F	G	H
1	1	4	5					
2	2	3	1	Determinan	=	0		
3	3	12	15					
4								
5				Inverse	=	#NUM!	#NUM!	#NUM!
6						#NUM!	#NUM!	#NUM!
7						#NUM!	#NUM!	#NUM!
8								
9	26	22	27					
10	24	23	28	Determinan	=	-120		
11	28	26	30					
12								
13				Inverse	=	0.31667	-0.35	0.04167
14						-0.53333	-0.2	0.66667
15						0.16667	0.5	-0.58333

Dengan memblok range F5:H7 kemudian diikuti dengan mengetik =MINVERSE(A1:C3) Setelah itu tekan kombinasi Ctrl+Shift+Enter, sehingga terlihat hasilnya.

f. Transpose

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 4 & 3 & 2 \end{pmatrix}^{T} = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 4 \\ 1 & 5 & 3 \\ 3 & 6 & 2 \end{pmatrix}$$

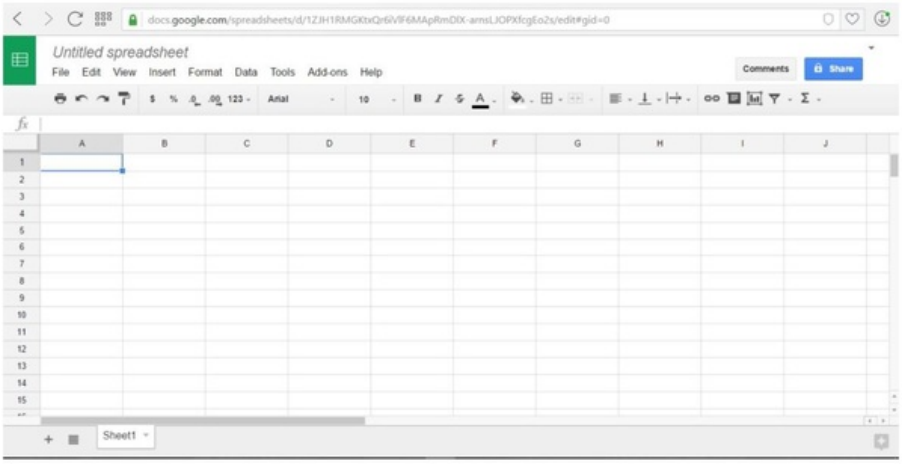
Dengan mengetik TRANSPOSE(A1:C3) pada daerah yang sudah di blok kemudian tekan kombinasi Ctrl+Shift+Enter, sehingga terlihat hasilnya.



2.3 *Google Sheet Dasar*

Aplikasi pada google sheet, tidak berbeda jauh dengan excel. Hanya saja google sheet memerlukan koneksi internet dan lebih banyak yang menggunakan operasi sistem android pada *smatrphone,* sehingga google sheet bisa di instal di smatphone secara cuma-cuma.

Untuk memulai aplikasi google sheet pada browser anda gunakan link https://docs.google.com/spreadsheets, yang tentunya anda telah punya akun google terlebih dahulu. Dibawah ii merupakan tampilan dari google sheet via browser.

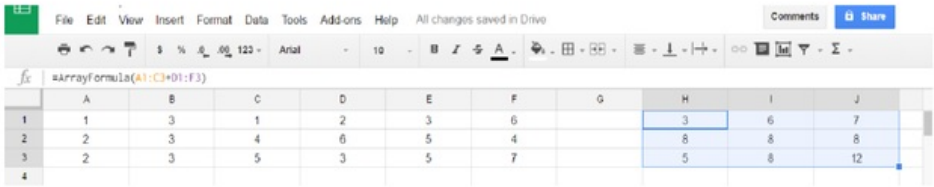


2.3.1 Operasi google sheet

Operasi penjumlahan pada matrik

Contoh:

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 3 & 6 \\ 6 & 5 & 4 \\ 3 & 5 & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 7 \\ 8 & 8 & 8 \\ 5 & 8 & 11 \end{pmatrix}$$



Pada google sheet ketik persamaan seperti biasa, pada kolom hasil blok range H1:J3 kemudian ketik =A1:C3+D1:F3. Setelah itu tekan kombinasi Ctrl+Shift+Enter, sehingga terlihat hasilnya dan akan muncul Arrayformula didepan formulanya.

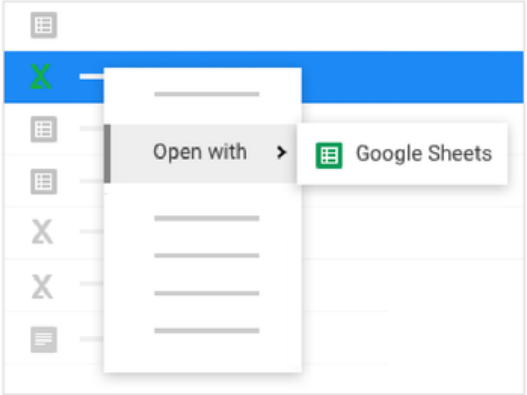
Selanjutnya tidak jauh berbeda dengan apa yang dikerjakan pada spreadsheet Ms. Excel. Berikut ini merupakan tip untuk aplikasi ketika kita bekerja di lapangan dan tidak memungkinkan untuk membawa laptop.

Tugas-tugas yang telah kita kerjakan di Ms. Excel kita simpan dan pindahkan ke google dan di simpan di google drive, sehingga ketika kita bekerja di lapangan kita bisa memanfaatkan smartphone kita.

2.3.2 Import dan konvert spreadsheets anda ke Google Sheets

Spreadsheet yang telah kita buat kita upload ke google drive dengan cara.

1. Buka Google Drive.
2. Click **New** > **File Upload**.
3. Pilih spreadsheet yang telah dibuat dari komputer dan tambahkan ke Drive. Pilihan tipe file adalah: .xls, .xlsx, .xlt, .ods, .csv, .tsv, .txt, and .tab.
4. Pada Drive, klik kanan spreadsheet yang mau di konvert.
5. Pilih **Open with** kemudian pilih **Google Sheets**.



Setelah dibuka kita bisa mengedit, print dan download file tersebut.

BAB 3

BAB 3 AKAR-AKAR PERSAMAAN

3.1 Kunci Penguasaan Materi

A. Bracketing Method
   1. Metode Grafik
   2. Bisection
   3. False position
   4. Incremental Searches

B. Open Method
   1. Fixed-Point Iteration
   2. Newton-Raphson
   3. Secant
   4. Brent's Method
   5. Multiple Roots
   6. Nonlinearsystem

3.2 Menggunakan Metode MathCAD

Bentuk Persamaan Umum adalah:

$$f_n(x) = a_0 + a_1 \cdot x + a_2 \cdot x^2 + \ldots + a_n \cdot x^n$$

Tiga metoda dasar untuk menyelesaikan persamaan adalah :

- Metode Block Solve (**Given...Find**)
- Akar persamaan (**root**)
- Akar jamak (**polyroots,** digunakan untuk polinomial)

Contoh 3.1

Tentukan akar-akar persamaan untuk

$$f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 6x + 3 \qquad x := -2, -1.5 .. 3$$

Penyelesaian :

Untuk Menyelesaikan soal polynomial maka kita mengunakan metode **polyroots**

$$ax^3 + bx^2 + cx + d = f(x)$$

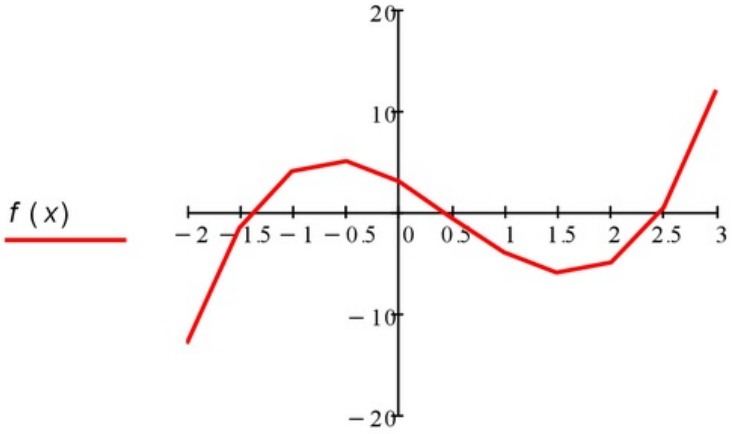
Dimana

$$f(x) := 2x^3 - 3x^2 - 6x + 3 \qquad x := -2, -1.5 .. 3$$

$$v(x) := f(x) \;\; coeffs \;\; \rightarrow \begin{pmatrix} 3 \\ -6 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix} \qquad x := polyroots(v)$$

Sehingga akar-akarnya adalah $\quad x = \begin{pmatrix} -1.402 \\ 0.433 \\ 2.469 \end{pmatrix}$

Untuk gambar grafiknya adalah:



Contoh 3.2

$p(x) := x^3 - 10x + 2$

Untuk $x := -4, -3.99 .. 4$

$$v := p(x) \;\; coeffs \;\; \rightarrow \begin{pmatrix} 2 \\ -10 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

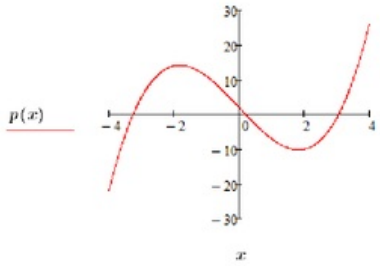
$$r = \begin{pmatrix} -3.258 \\ 0.201 \\ 3.057 \end{pmatrix}$$

Penyelesaian $r := polyroots(v)$

Maka didapat grafik

Untuk plot grafik

Pada $x := -4, -3.99 .. 4$



3.3 Menggunakan Metode Excel

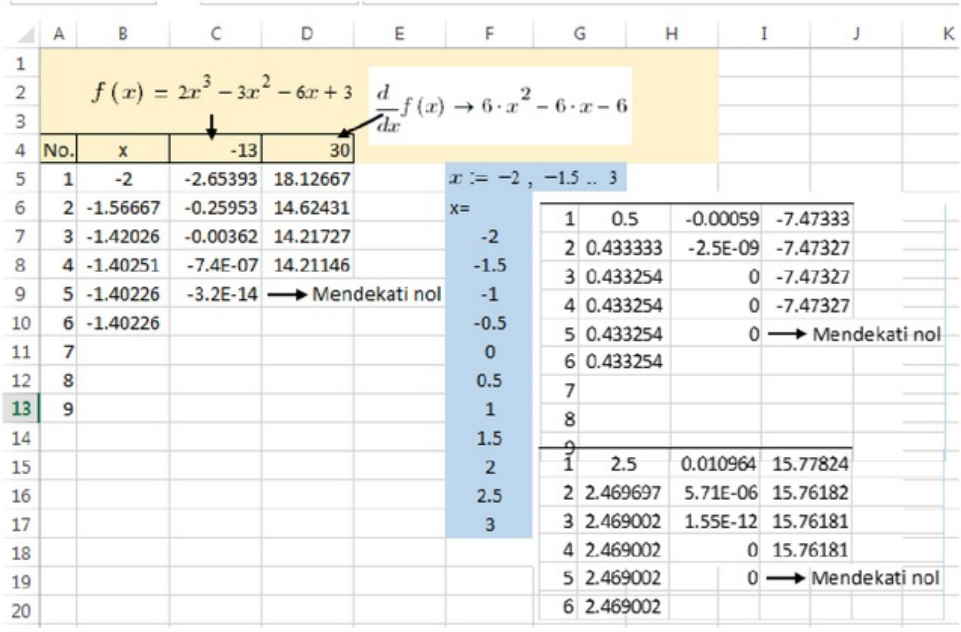
Penyelesaian Polynomial yang dibahas disini adalah dengan menggunakan Open Method yakni Metode Newton-Rapson

Konsep dasar

Jika $y = f(x)$, maka akar-akar pada y = 0 adalah

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)}$$ Dengan syarat $f(x_n)$ mendekati nol.

Sehingga dengan Excel sbb, sama dengan contoh soal 3.1 dengan menggunakan Excel.



$f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 6x + 3$ $\frac{d}{dx} f(x) \rightarrow 6 \cdot x^2 - 6 \cdot x - 6$

No.	x	-13	30
1	-2	-2.65393	18.12667
2	-1.56667	-0.25953	14.62431
3	-1.42026	-0.00362	14.21727
4	-1.40251	-7.4E-07	14.21146
5	-1.40226	-3.2E-14	→ Mendekati nol
6	-1.40226		
7			
8			
9			

$x := -2, -1.5 .. 3$

x=
-2
-1.5
-1
-0.5
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3

1	0.5	-0.00059	-7.47333
2	0.433333	-2.5E-09	-7.47327
3	0.433254	0	-7.47327
4	0.433254	0	-7.47327
5	0.433254	0	→ Mendekati nol
6	0.433254		
7			
8			
9			

1	2.5	0.010964	15.77824
2	2.469697	5.71E-06	15.76182
3	2.469002	1.55E-12	15.76181
4	2.469002	0	15.76181
5	2.469002	0	→ Mendekati nol
6	2.469002		

Langkahnya sebagai berikut:

1. Pada sell B5 maka diisi denga =F7, dan nilai x ini diganti berdasarkan range x tersebut.
2. Pada sell C4 diisi dengan persamaan $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 6x + 3$ dengan mengetik =2*B5^3-3*B5^2-6*B5+3

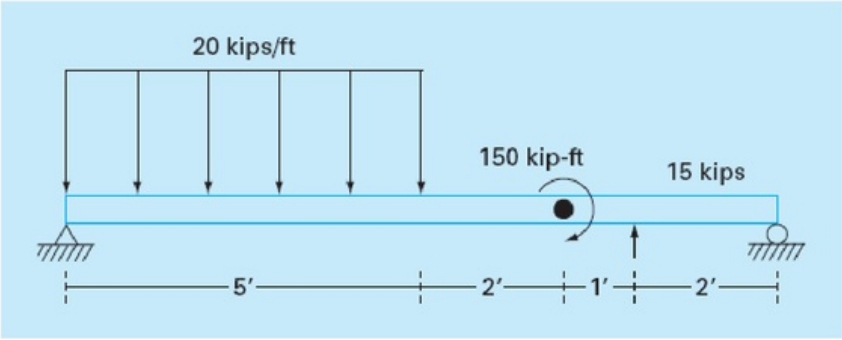
$$\frac{d}{dx}f(x) \rightarrow 6 \cdot x^2 - 6 \cdot x - 6$$

3. Pada sell D4 diisi dengan persamaan dengan mengetik =6*B5^2-6*B5-6

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)}$$

4. Pada sel B6 diisi dengan persamaan dengan mengetik =B5-(C4/D4)
5. Kemudian copy ke bawah satu persatu, kemudian masukkan nilai x yang lain berdasarkan range.
6. Sehingga didapatkan bahwa $x = \begin{pmatrix} -1.402 \\ 0.433 \\ 2.469 \end{pmatrix}$

3.4 Soal latihan

1. Tentukan akar-akar positif dan plot grafik dari $f(x) = 3x^3 + x^2 - 4x - 4$
2. Tentukan akar-akar bilangan real dan plot grafik dari $f(x) = x^4 - 2x^3 + 6x^2 - 2x + 5$
3. 

Sebuah beam sederhana dibebani seperti ditunjukkan pada Gambar. Menggunakan fungsi singularitas, pergeseran sepanjang balok dapat dinyatakan dengan persamaan:

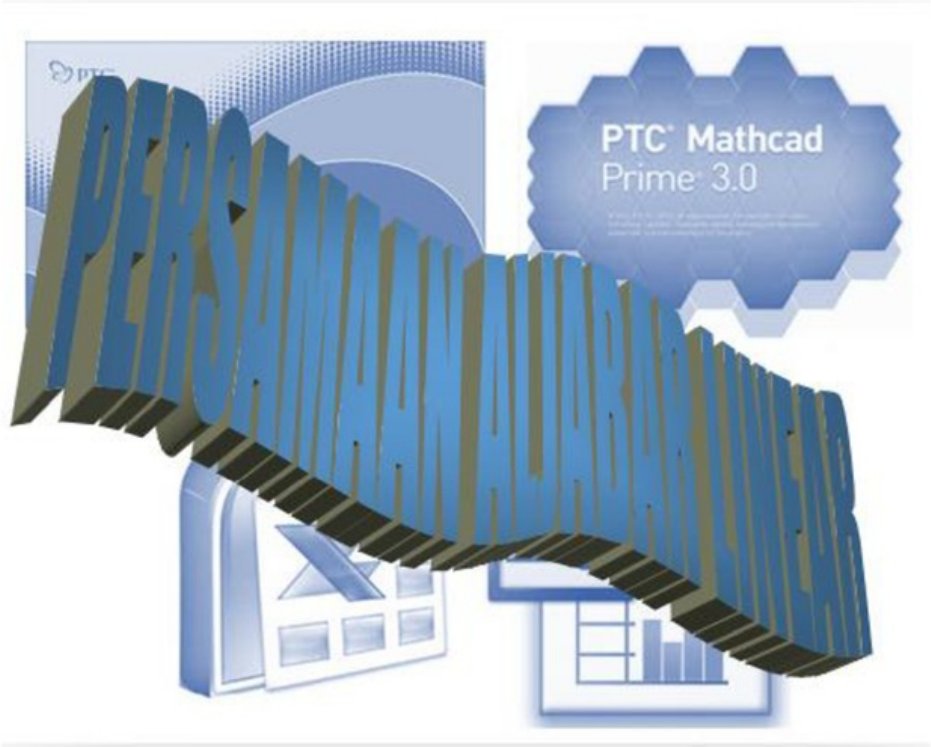
$$V(x) = 20[\langle x-0\rangle^1 - \langle x-5\rangle^1] - 15\langle x-8\rangle^0 - 57$$

Menurut definisi, fungsi singularitas dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$\langle x-a\rangle^n = \left\{ \begin{array}{ll} (x-a)^n & \text{when } x > a \\ 0 & \text{when } x \leq a \end{array} \right\}$$

Gunakan metode numerik untuk menemukan titik (s) di mana pergeseran sama dengan nol.

BAB 4



BAB 4 PERSAMAAN ALJABAR LINEAR

4.1 Kunci Penguasaan Materi

1. Eliminasi gauss
2. LU Decomposition dan Matrik Inverse
3. Gauss-Seidel
4. Cramer
5. Gauss-Jordan

4.2 Metode MathCAD

Bentuk dasar dari Aljabar linear :

adalah $A \cdot X = B$

dimana : A adalah matrik vector orde $a \; x \; n$

X adalah matrik scalar orde $q \; x \; r$

B adalah matrik vector orde $a \; x \; n$

Pada bab ini untuk pelajaran matrik dasar tikka akan dibahas, bab ini hanya membahas bagaimana menyelesaikan Persamaan Aljabar Linear. Untuk dasar-dasar dari matrik silahkan dipelajari pada Bab 1.

Contoh 4.1

Hitunglah nilai X untuk X memenuhi persamaan $A \cdot X = B$ dimana

$$A := \begin{pmatrix} 2 & -4 & 6 \\ 1 & 3 & -7 \\ 7 & 5 & 9 \end{pmatrix} \quad B := \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Penyelesaian

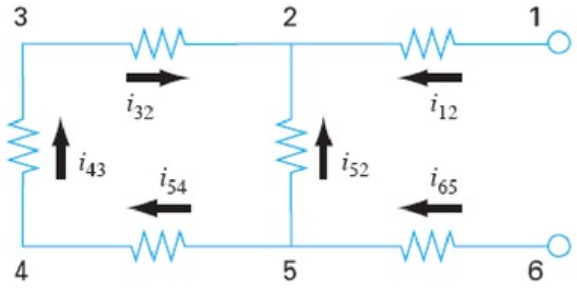
$$\left[\begin{pmatrix} 2 & -4 & 6 \\ 1 & 3 & -7 \\ 7 & 5 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} \right] \text{ solve}, x_1, x_2, x_3 \rightarrow \begin{pmatrix} \frac{241}{130} & -\frac{129}{130} & -\frac{29}{65} \end{pmatrix}$$

atau lebih sederhana

$$\left[\begin{pmatrix} 2 & -4 & 6 \\ 1 & 3 & -7 \\ 7 & 5 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} \right] \left| \begin{array}{l} \text{solve}, x_1, x_2, x_3 \\ \text{float}, 3 \end{array} \right. \rightarrow (1.85 \quad -0.992 \quad -0.446)$$

Untuk *float merupakan pembulatan decimal*.

Contoh 4.1



Hitunglah nilai masing-masing arus.

Penyelesaian:
Dari gambar diatas didapat persamaan sbb:

$$i_{12} + i_{52} + i_{32} = 0$$

$$i_{65} - i_{52} - i_{54} = 0$$

$$i_{43} - i_{32} = 0$$

$$i_{54} - i_{43} = 0$$

Kemudian dari arus yang melalui hambatan didapatkan:

$$-15i_{54} - 5i_{43} - 10i_{32} + 10 \cdot i_{52} = 0$$

$$-20 \cdot i_{65} - 10 \cdot i_{52} + 5i_{12} = 0$$

Sehingga didapatkan persamaan :

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 10 & -10 & 0 & -15 & -5 \\ 5 & -10 & 0 & -20 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_{12} \\ i_{52} \\ i_{32} \\ i_{65} \\ i_{54} \\ i_{43} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 200 \end{pmatrix}$$

$$A \cdot i = b$$

$$i = A^{-1} \cdot b$$

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 10 & -10 & 0 & -15 & -5 \\ 5 & -10 & 0 & -20 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad b := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 200 \end{pmatrix}$$

$$i = \begin{pmatrix} 6.154 \\ -4.615 \\ -1.538 \\ -6.154 \\ -1.538 \\ -1.538 \end{pmatrix}$$

Contoh 4.3

$m_B := 220lb$ $\quad v'_B := 45mph$ $\quad v'_C := 25mph$ $\quad \Delta E := 4500J$

$m_C := 1 \cdot lb$ $\quad v_C := 1 \cdot mph$

Given

Initial Value: $m_C \cdot v_C = m_C \cdot v'_C + m_B \cdot v'_B$

Konservasi momentum: $\frac{1}{2} m_C \cdot v_C^2 = \frac{1}{2} m_C \cdot v'^2_C + \frac{1}{2} m_B \cdot v'^2_B + \Delta E$

Konservasi energi: $\begin{pmatrix} m_C \\ v_C \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(m_C, v_C)$ $\quad m_C = 1.969 \times 10^3 lb$ $\quad v_C = 30.029 mph$

Note:

1. Subscript, ketik **m.B** untuk mendapat m_B , namun pada MathCAD Prime cukup ketik mB sehingga akan terlihat mB
2. Membuat 220 lb, ketik 220 tekan x (Calculator toolbar) diikuti dengan mengetik lb
3. Untuk mendapatkan satuan sistem SI atau US atau Custom dari Tool / Worksheet options... tekan Unit System.
4. Gunakan Format / Results.. untuk mengganti unit sistem
5. Initial Value berfungsi sebagai acuan besaran dan satuan.

Contoh 4:

Given data : $Q := 200gpm$ $\quad D_1 := 3 \cdot in$ $\quad D_2 := 2 \cdot in$ $\quad \rho := 1000 \cdot \frac{kg}{m^3}$ $\quad \rho_m := 13500 \cdot \frac{kg}{m^3}$

Sebagai acuan(Initial values): $\Delta h := 1 \cdot in$

Knowns that:

$$\frac{V_2^2}{2} - \frac{V_1^2}{2} = \frac{\Delta p}{\rho} \qquad V_2 = \frac{Q}{\frac{\pi}{4} \cdot D_2^2}$$

$$V_1 = \frac{Q}{\frac{\pi}{4} \cdot D_1^2} \qquad \Delta p = (\rho_m - \rho) \cdot g \cdot \Delta h$$

Given

$$\Delta h = -\frac{\rho \cdot \left(8 \cdot D_1^4 \cdot Q^2 - 8 \cdot D_2^4 \cdot Q^2\right)}{\pi^2 \cdot D_1^4 \cdot D_2^4 \cdot (\rho \cdot g - g \cdot \rho_m)}$$

(penyelesaian persamaan didapatkan dari lihat lampiran)

$\Delta h := \mathrm{Find}(\Delta h)$ $\quad \Delta h = 4.994 in$

Lampiran:

$$\frac{V_2^2}{2} - \frac{V_1^2}{2} = \frac{\Delta\rho}{\rho} \left| \begin{array}{l} \text{substitute}, V_1 = \dfrac{Q}{\frac{\pi}{4} \cdot D_1^2} \\ \text{substitute}, V_2 = \dfrac{Q}{\frac{\pi}{4} \cdot D_2^2} \\ \text{substitute}, \Delta\rho = (\rho_m - \rho) \cdot g \cdot \Delta h \end{array} \right. = \frac{8 \cdot D_1^4 \cdot Q^2 - 8 \cdot D_2^4 \cdot Q^2}{\pi^2 \cdot D_1^4 \cdot D_2^4} = -\frac{\rho \cdot g \cdot \Delta h - g \cdot \Delta h \cdot \rho_m}{\rho} \text{ solve}, \Delta h = -\frac{\rho \cdot \left(8 \cdot D_1^4 \cdot Q^2 - 8 \cdot D_2^4 \cdot Q^2\right)}{\pi^2 \cdot D_1^4 \cdot D_2^4 \cdot (\rho \cdot g - g \cdot \rho_m)}$$

Note:

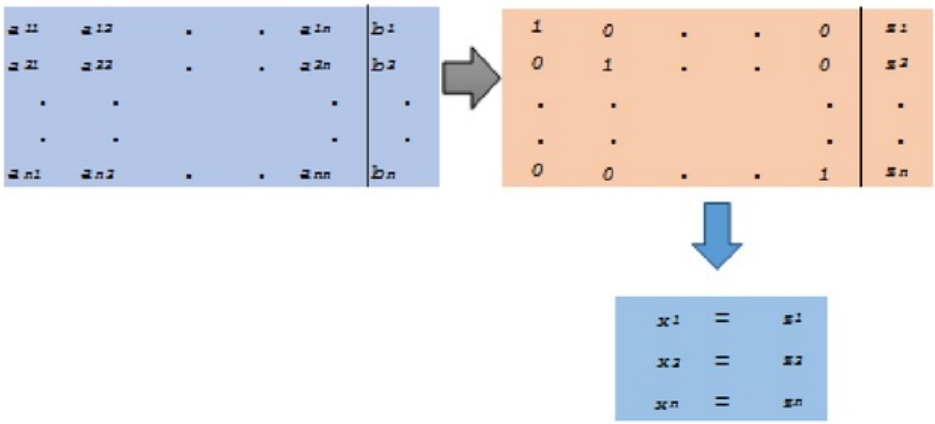
1. Setelah menulis persamaan berikut

   $$\frac{V_{.2}^2}{2} - \frac{V_{.1}^2}{2} = \frac{\Delta\rho}{\rho}$$

   Ini khusus untuk MathCAD 15 sedangkan MathCAD prime tidak bisa.
2. Tekan **[Ctrl] [Shift] [.]** untuk memasukkan **symbol equals sign**
3. Ketik keyword **"solve"** pada placeholder
4. Atau tekan pada solve icon.

4.3 Metode Excel

Pada metode ini penulis menggunakan metode gaus-Jordan. Prinsip pada metode gauss-Jordan adalah sbb:



Pada contoh 4.1 hitunglah dengan format Excel metode gauss-Jordan

Penyelesaian

13				
R1	2	-4	6	5
R2	1	3	-7	2
R3	7	5	9	4
	Step 1			
R1/a11	1	-2	3	2.5
R2-(R1*a21)	0	5	-10	-0.5
R3-(R1*a31)	0	19	-12	-13.5
	Step 2			
R1	1	-2	3	2.5
R2/a22	0	1	-2	-0.1
R3-(R2*a32)	0	0	26	-11.6
	Step 3			
R1-(R2*a12)	1	0	-1	2.3
R2	0	1	-2	-0.1
R3/a33	0	0	1	-0.44615
	Step 4			
R1-(R3*a13)	1	0	0	1.853846
R2-(R3*a23)	0	1	0	-0.99231
R3	0	0	1	-0.44615
	Step 5			
R1	1	0	0	1.853846
R2	0	1	0	-0.99231
R3	0	0	1	-0.44615

Berikut ini adalah langkahnya

1. R1/a11 dengan a11 adalah bilangan 2 yang dikunci pada sel B2 sehingga bias di tulis $B$2.
2. a21 dan a31 juga bilangan yang tetap yang dikunci.
3. Dari step 1 1 hingga step 5 bertujuan untuk mendapatkan persamaan

$$\begin{matrix} 1 & 0 & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & 1 & \cdot & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & & \cdot \\ 0 & 0 & \cdot & \cdot & 1 \end{matrix}$$

4. Sehingga hasil untuk x1 = 1,85, x2 = -0.99, x3 = -0.446. kemudian kita cek hasil tersebut dengan metode MINVERSE dan MMULT dengan konsep

$$x = A^{-1} \cdot B$$

A34 {=MINVERSE(B2:D4)}

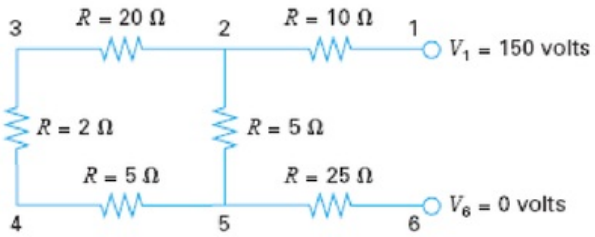
	A	B	C
33	Inverse		
34	0.2384615	0.253846	0.038462
35	-0.2230769	-0.09231	0.076923
36	-0.0615385	-0.14615	0.038462

B38 {=MMULT(A34:C36,E2:E4)}

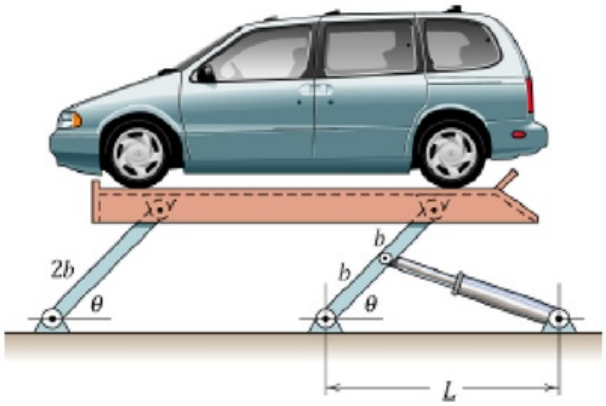
	A	B	C	D	E	F
37						
38	x1	1.853846				
39	x2	-0.99231				
40	x3	-0.44615				

4.4 Soal Latihan

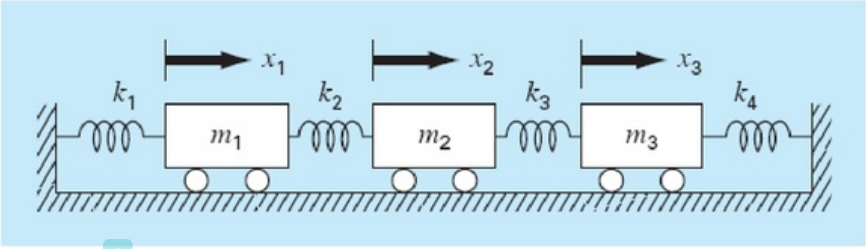
1. Tentukan Masing-masing arus?



2. Turunkan ekspresi untuk kecepatan v ke atas sistem hoist mobil dalam hal θ. piston batang silinder hidrolik adalah memperluas di Tingkat ds . Plot non-dimensi kecepatan v /s sebagai fungsi dari θ untuk b / L = 0.1, 0.5, 1, dan 2.(soal untuk teknik)



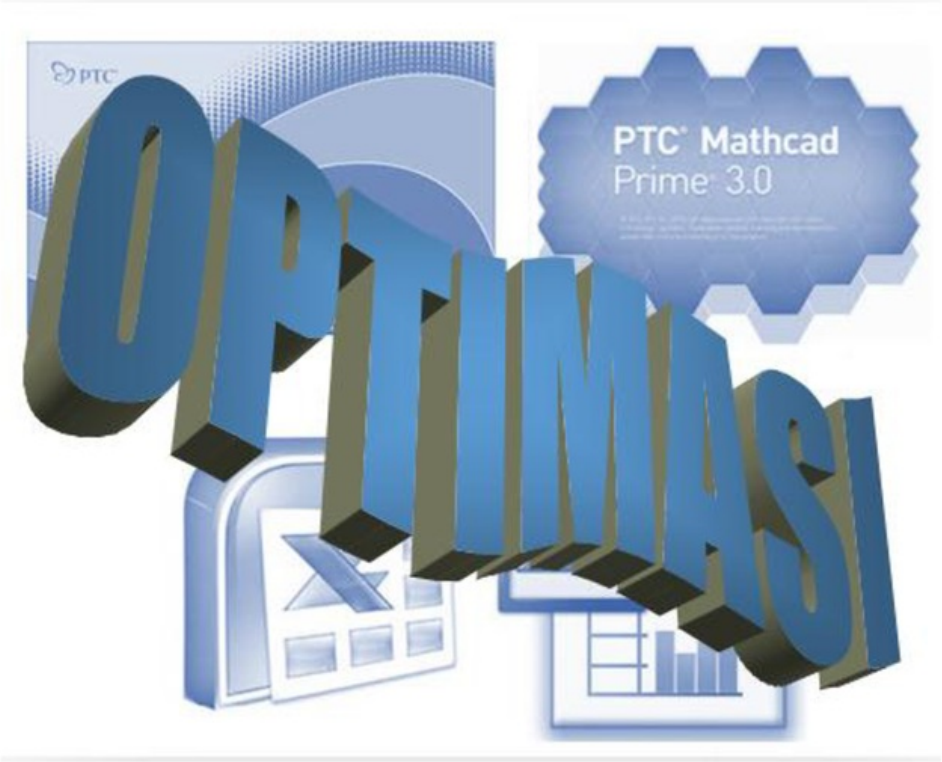
3.



Dimana K1=K4=10 N/m, K2=K3=3 30 N/m, dan m1=m2=m3= 2 Kg. Tentukan masing-masing akselerasi masing-masing massa dimana x1=0.05 m, x2= 0.04 m dan x3=0.03 m

BAB 4 PERSAMAAN ALJABAR LINEAR

BAB 5



BAB 5 OPTIMASI

5.1 Kunci Penguasaan Materi

A. One-Dimensional Unconstrained optimization
   1. Parabolic Interpolation
   2. Newton's Method
   3. Brent's Method

B. Multidimensional unconstrained Optimization
   1. Direct Methods
   2. Gradient Methods

C. Constrained Optimization
   1. Linear Program
   2. Nonlinear Constrained

5.2 Konsep dasar

Sebuah perusahaan katering (makanan ringan yang menyediakan konsumsi untuk suatu penataran di sekolah) berusaha mengurangi pengeluaran untuk keperluan pembungkus. Bungkus tersebut terbuat dari kertas karton seperti tampak pada Gambar 1.1. Keempat pojoknya akan dipotong segi empat samasisi sedemikian rupa sehingga volumenya menjadi maksimum.

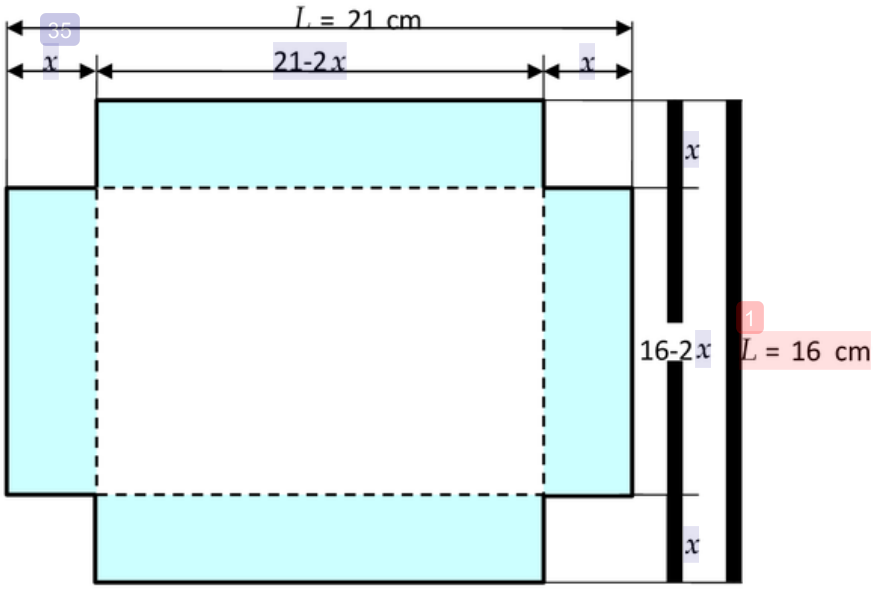
Penyelesaian:

Sebagai peserta penataran yang baik, maka kita akan menyelesaikan tantangan di atas dengan metode kalkulus seperti yang telah dijelaskan di atas. Volume pembungkus dapat dinyatakan sebagai

$$V = x(16 - 2x)(21 - 2x) = 2(168x - 37x^2 + 2x^3)$$

Persamaan di atas merupakan persamaan volume sebagai fungsi dari x. Untuk mendapatkan nilai volume yang maksimum atau minimum, kita harus mengadakan beberapa perhitungan. Derivasi V terhadap x menghasilkan

$$\begin{aligned}\frac{dV}{dx} &= 2(168 - 74x + 6x^2)\\ &= 4(84 - 37x + 3x^2)\\ &= 4(3x - 28)(x - 3)\end{aligned}$$



Gambar 5.1. Bungkus makanan ringan pada penataran di sekolah

Dari persamaan di atas nilai x yang mungkin mengakibatkan volumenya menjadi ekstrim adalah $\frac{28}{3}$ dan 3. Nilai $x = \frac{28}{3}$ adalah tidak mungkin

(kenapa ya ...?), jadi nilai x yang dipakai adalah 3. Pada Gambar 1.2 disajikan plot dari volume sebagai fungsi dari x beserta derivasi pertama dan keduanya.

Untuk mengetahui apakah volume menjadi maksimum atau minimum kita gunakan Test Derivasi kedua sbb:

$$\frac{d^2V}{dx^2} = 2\,(-74 + 12x) = 4(6x - 37)$$

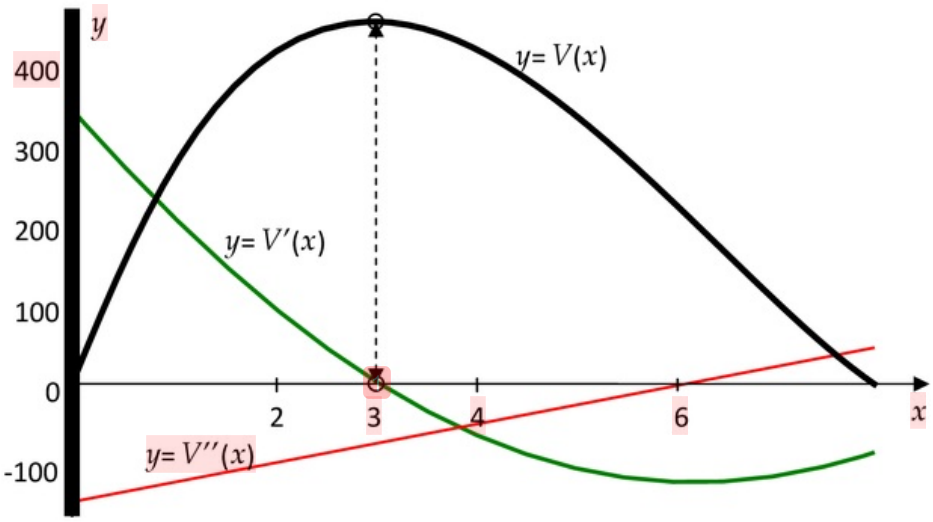
Substitusi $x = 3$ kedalam persamaan di atas menghasilkan

$$\frac{d^2V}{dx^2} = 4(18 - 37) = -76 < 0$$

jadi V mempunyai nilai maksimum untuk nilai $x = 3$.

Sekarang harus kita check apakah volume menjadi maksimum pada nilai ekstrim dari x. Tampak dari Gambar 1.1, bahwa $0 \le x \le 8$, karena untuk nilai $x = 0$ maupun $x = 8$ nilai $V = 0$, maka dapat ditarik kesimpulan bahwa

volume maksimum tidak terjadi pada daerah batas. Jadi untuk menghemat bahan, maka pembungkus makanan ringan di atas harus dipotong berbentuk segi empat pada keempat pojoknya dengan sisisisinya adalah 3 satuan.



Gambar 5.2. Grafik dari $V(x)$, $V'(x)$, dan $V''(x)$

Secara formal dalam teknik optimasi persoalan di atas dapat ditulis sebagai berikut:

Maximumkan $f = 2(168x - 37x^2 + 2x^3)$

$0 \leq x \leq 8$

Dari contoh di atas tampak bahwa dengan cara analitis kalkulus diferensial nilai x yang memberikan nilai f maximum dapat dicari tanpa mengetahui nilai dari f itu sendiri.

Untuk melengkapi teorema optimasi nonlinier satu variabel yang telah dijelaskan di atas disajikan teorema yang dapat digunakan untuk menentukan titik-titik ekstrem dari suatu fungsi satu variabel.

Teorema:

Misalkan $f(c) = f'(c) = \ldots = f^{(n-1)}(c) = 0$, tetapi $f^{(n)}(c) \bullet 0$. Maka $f(c)$ adalah:

a. nilai minimum dari $f(x)$, jika $f^{(n)}(c) > 0$ dan n adalah bilangan genap,
b. nilai maximum dari $f(x)$, jika $f^{(n)}(c) < 0$ dan n adalah bilangan genap,
c. bukan minimum dan maximum jika n adalah bilangan gasal.

5.3 Metode MathCAD

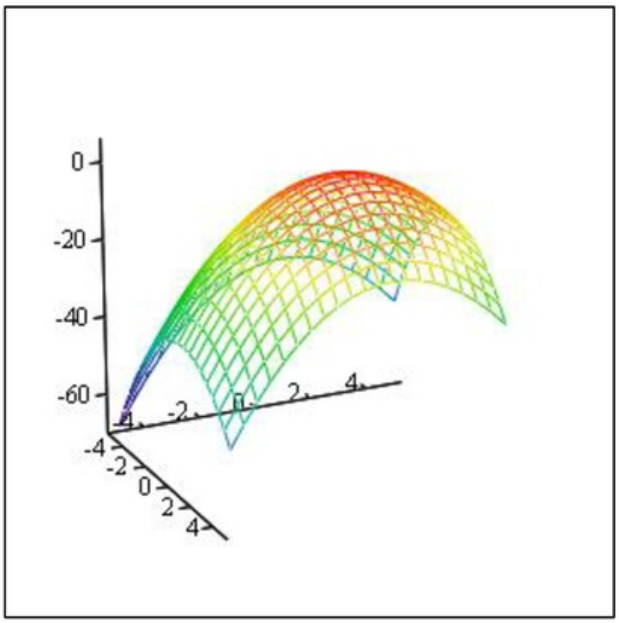
Contoh 5.1

Maximimum and minimimum fungsi

$$f(x,y) := 2 + 2 \cdot x + 2 \cdot y - x^2 - y^2$$

Constraint (x,y) pada vertical (0,0), (9,0) dan (0,9).

Grafiknya .

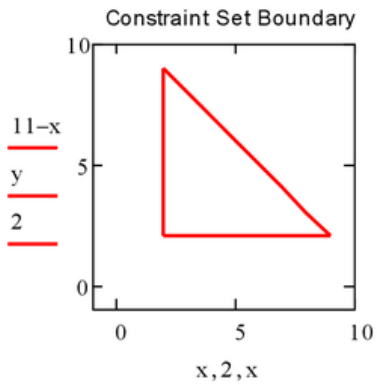


f

Gambar 5.2. Grafik Fungsi $f(x,y) := 2 + 2 \cdot x + 2 \cdot y - x^2 - y^2$

Given

$x := 2..9 \quad y := 2..9$



Graph pada bidang x-y

Initial Value :

$x := 4 \quad y := 5$

Given

$x \geq 2$ Titik minimum kedua

$2 \leq y \leq 9 - x$

$P := \text{Minimize}(f, x, y) \qquad P = \begin{pmatrix} 2 \\ 7 \end{pmatrix} \qquad f(P_0, P_1) = -33$

$x := 5 \qquad y := 4$

Given

$x \geq 2$ Titik minimum kedua

$2 \leq y \leq 9 - x$

$Q := \text{Minimize}(f, x, y) \quad Q = \begin{pmatrix} 7 \\ 2 \end{pmatrix} \quad f(Q_0, Q_1) = -33$

Nilai maksimum adalah:

$x := 4 \quad y := 5$

Given

$x \geq 2$

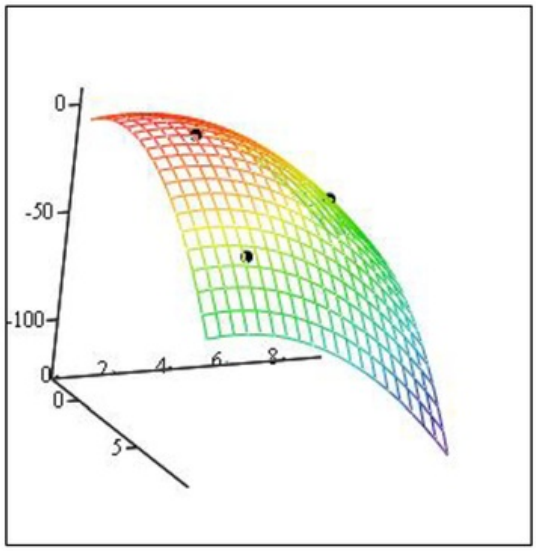
$2 \leq y \leq 9 - x$

Titik maksimum

$R := \text{Maximize}(f, x, y) \qquad R = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix} \qquad f(R_0, R_1) = 2$

Plot grafik

$$X := \begin{pmatrix} P_0 \\ Q_0 \\ R_0 \end{pmatrix} \quad Y := \begin{pmatrix} P_1 \\ Q_1 \\ R_1 \end{pmatrix} \quad Z := \begin{pmatrix} f(P_0, P_1) \\ f(Q_0, Q_1) \\ f(R_0, R_1) \end{pmatrix}$$



f,(X,Y,Z)

Jika kita ingin menghitung nilai maksimum keseluruhan tanpa constraint maksimum dan minimum maka dapat digunakan:

$$\text{Maximize}(f, x, y) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$R = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Parametric Optimization

Given

$x \geq 2$

$2 \leq y \leq 9 - x$

$\text{optf}(x, y) := \text{Minimize}(f, x, y)$

$$\text{optf}(4, 5) = \begin{pmatrix} 2 \\ 7 \end{pmatrix} \quad \text{optf}(5, 4) = \begin{pmatrix} 7 \\ 2 \end{pmatrix}$$

yang memberikan hasil yang sama seperti sebelumnya. Ini juga mungkin untuk parameterisasi tujuan fungsi original dan mengoptimalkan sebagai fungsi dari parameter.

$$f(x, y, a) := 2 + 2 \cdot \frac{x}{a} + 2 \cdot y - x^2 - y^2$$

$\text{SS}(a) := \text{Maximize}(f, x, y)$

Untuk hasil di jawaban yang sama seperti sebelumnya. Untuk nilai-nilai lain, solusi baru ditemukan.

$$\text{SS}(1) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{SS}(2) = \begin{pmatrix} 0.5 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Jenis solusi parametrized, baik sebagai output dari solve block atau satu baris, dapat digunakan berulang kali dalam sebuah program.

```
result(inF) := | for i ∈ 0..3
               |   out_i ← inF(i + 1)
               | out
```

$$\text{result(SS)} = \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 0.5 \\ 1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 0.333 \\ 1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 0.25 \\ 1 \end{pmatrix} \end{bmatrix}$$

Contoh 5.2

Diketahui Fungsi

$f(x) := sin(x)\, e^{0.1x}$, Hitunglah nilai maksimum dan minimumnya jika x = -3

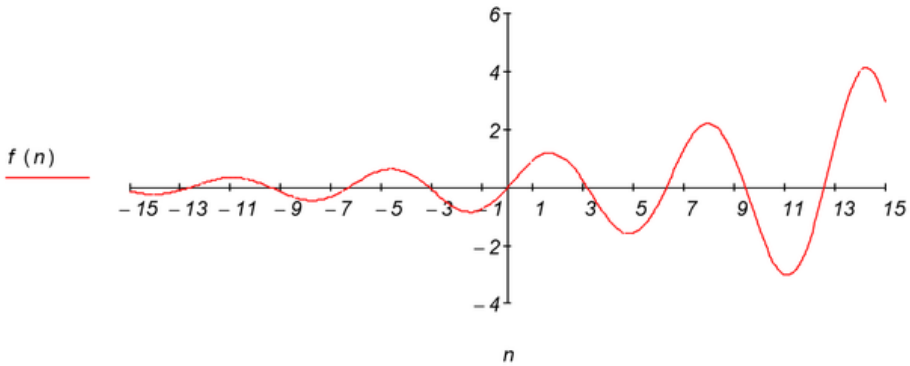
Penyelesaian:

$hi := maximize(f\ ,\ x) = 1.67$

$lo := minimize(f\ ,\ x) = -1.471$

Kemudian dengan pendekatan Grafik didapat bahwa

$n := -15\ ,\ -14.9\ ..\ 15$



Contoh 5.3

Berdasarkan Pengamatan ditemukan lokasi sumber gas di Pagaralam, Sumatera Selatan. Sehingga PT. Pertamina EP Prabumulih dan PT. Pertamina Pagaralam bekerjasama dalam produksi gas alam tersebut. Terdapat dua jenis gas yang dihasilkan yakni Gas regular dan Gas Premium. Namun dilapangan hanya bisa satu kali pengambilan untuk satu jenis gas dan di pagaralam baru memiliki satu tempat penyimpanan. Berdasarkan data di bawah ini

	Product		
Sumber	Regular	Premium	kemampuan produksi
Materialgas	7 m3/tonne	11 m3/tonne	77 m3/week
Waktu Produksi	10 hr/tonne	8 hr/tonne	80 hr/week
Penyimpanan	9 tonne	6 tonne	
harga Jual	150 /tonne	175 tonne	

Tentukan keuntungan maksimal dan produksi yang optimal dari permasalahan tersebut.

Penyelesaian

Dari data tersebut, maka model matematikanya adalah:

$$7x_1 + 11x_2 \le 77$$
$$10x_1 + 8x_2 \le 80$$
$$x_1 \le 9$$
$$x_2 \le 6$$
$$x_1, x_2 \ge 0$$

Dengan syarat

$x_1\ x_2 \ge 0$

, maka matriknya adalah

$$M := \begin{pmatrix} 7 & 11 \\ 10 & 8 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad v := \begin{pmatrix} 77 \\ 80 \\ 9 \\ 6 \end{pmatrix}$$

Maka dengan initial value:

$x_1 := 0$

Given

$M \cdot x \le v$

$x \le 6$

$$Maximize\,(f\ ,\ x) = \begin{pmatrix} 4.889 \\ 3.889 \end{pmatrix}$$

$x_0 = 4.889 \qquad x_1 = 3.889$

Dengan memasukkan nilai tersebut ke persamaan $f(x) := 150 \cdot x_0 + 175 \cdot x_1$

Didapat profit dan nilai optimal produksi.

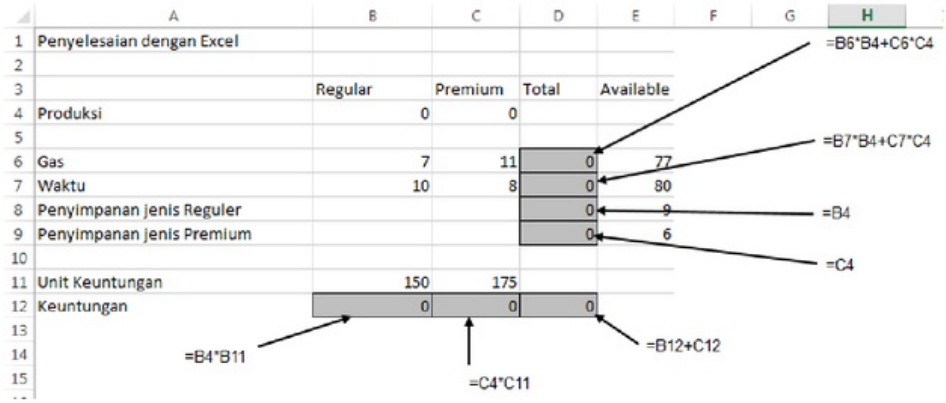
5.4 Metode Excel

Selesaikan contoh soal 5.3 dengan menggunakan Excel. Untuk menyelesaikan persoalan tersebut, pada Microsoft Excel terdapat fasilitas solver Parameter.

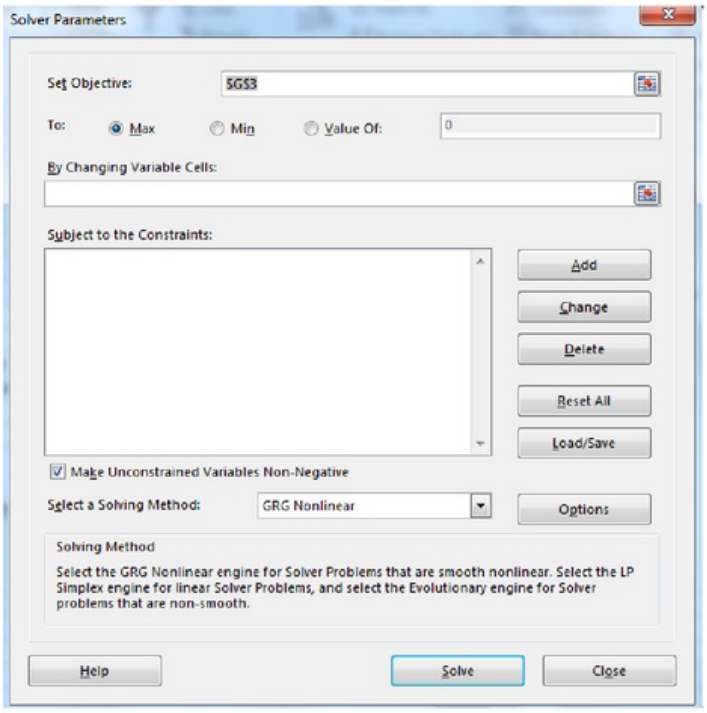
Berikut ini langkah-langkah untuk memuat fasilitas solver tersebut

1. Klick tab File, dan kemudian klik Options.
2. Klick Add-Ins, dan kemudian di kotak Kelola, pilih Excel Add-ins.
3. Klick Go.
4. Di kotak yang tersedia Add-Ins, pilih Solver Add-in kotak centang, dan kemudian klik OK.
   Jika Solver Add-in tidak tercantum dalam kotak yang tersedia Add-Ins, klik Browse untuk mencari add-in.
   Jika Anda mendapatkan bahwa Solver add-in saat ini tidak diinstal pada komputer Anda, klik Ya untuk menginstalnya.
5. Setelah Anda memuat Solver add-in, perintah Solver tersedia dalam kelompok Analisis pada tab Data.

Dengan menggunakan Excel, maka lakukan hal seperti di gambar di bawah ini pada Excel



maka dengan mengklik solver pada Excel anda maka akan keluar, screen seperti di bawah ini.

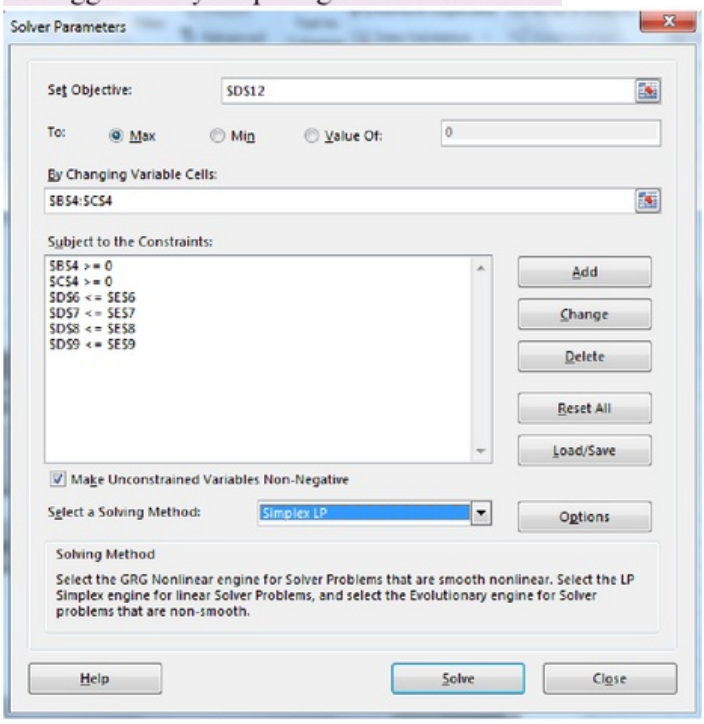


Langkah-langkahnya sebgai berikut:

1. Pada set objective pilih $D$12.
2. Pilih $B$4:$C$4 pada By changing Variable Cells
3. Untuk konstarin di tambahkan satu per satu pada tombol add berdasarkan informasi dibawah ini

$$7x_1 + 11x_2 \leq 77$$
$$10x_1 + 8x_2 \leq 80$$
$$x_1 \leq 9$$
$$x_2 \leq 6$$
$$x_1, x_2 \geq 0$$

Sehingga hasilnya seperti gambar di bawah ini

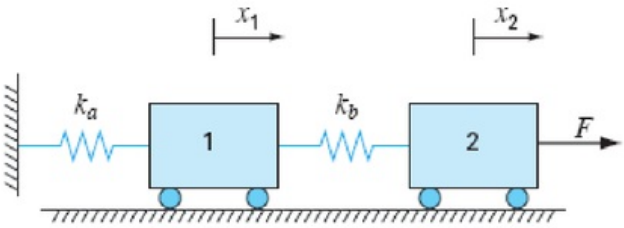


4. Sebelum menekan tombol solve yakinkan bahwa kita telah memilih simplex LP pada solving Method. Kemudian kilik solve.

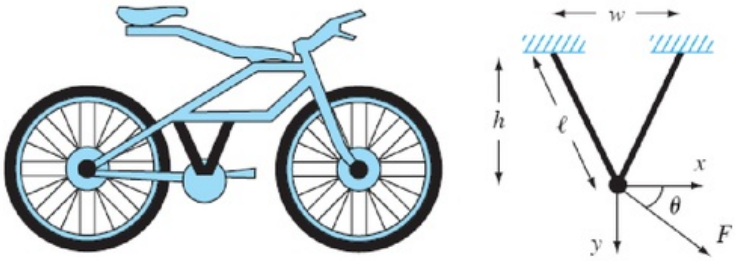
	A	B	C	D	E
1	Penyelesaian dengan Excel				
2					
3		Regular	Premium	Total	Available
4	Produksi	4.888888889	3.8888889		
5					
6	Gas	7	11	77	77
7	Waktu	10	8	80	80
8	Penyimpanan jenis Reguler			4.888889	9
9	Penyimpanan jenis Premium			3.888889	6
10					
11	Unit Keuntungan	150	175		
12	Keuntungan	733.3333333	680.55556	1413.889	

5.5 Soal latihan

1. Tentukan Potensial fungsi minimum energy untuk x1 dan x2 dengan gaya $F = 100$ N, dan $ka = 20$ and $kb = 15$ N/m

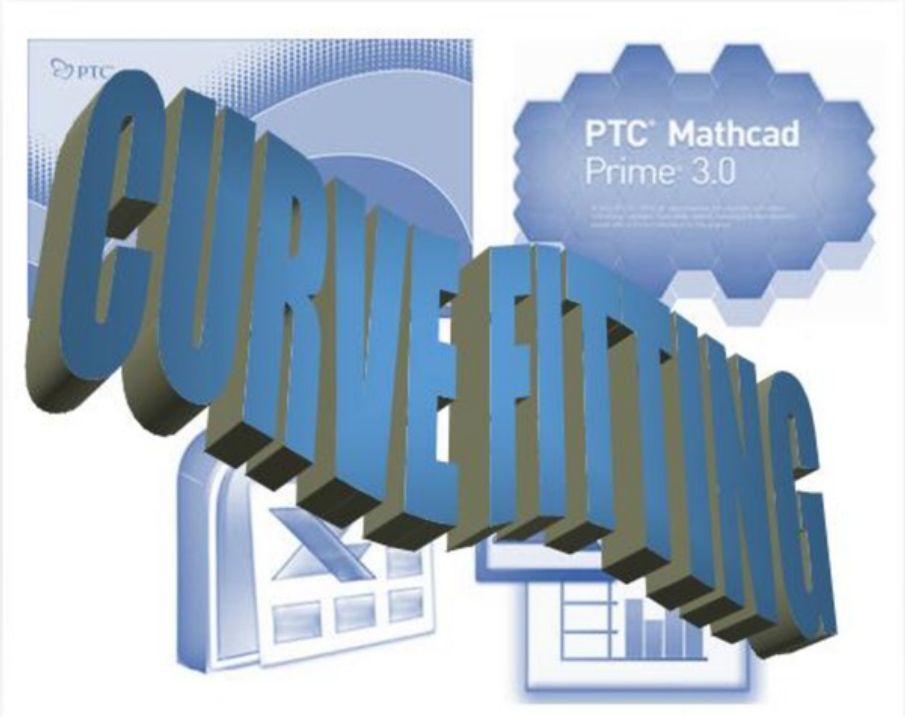


2. Misalkan Anda diberi tugas memprediksi perpindahan horizontal dan vertikal dari sistem sepeda bracketing dalam menanggapi force.Assumsi gaya yang harus anda analisa dapat disederhanakan seperti yang digambarkan dalam Gambar. Anda tertarik untuk menguji respon dari truss untuk gaya yang diberikan dalam sejumlah arah yang ditunjuk oleh sudut '. Parameter untuk Gambar Dua massa gesekan terhubung ke dinding oleh sepasang mata linier elastis. ka 1 kb 2 F x1 x2 masalahnya adalah modulus E = Young = 2 × 1011 Pa, A = crosssectional daerah = 0,0001 m2, w = width = 0.44 m,l = Panjang = 0.56 m, dan h = tinggi = 0,5 m. Perpindahan x dan y dapat diselesaikan dengan menentukan nilai-nilai yang menghasilkan energi potensial minimum. Menentukan perpindahan untuk kekuatan 10.000 N dan berbagai " s dari 0 derajat (horisontal) ke 90 derajat (vertikal).



(a) (b)

BAB 6



BAB 6 CURVE FITTING

6.1 Kunci Penguasaan Materi

A. Least-Squares Regression
   1. Linear Regresi
   2. Polynomial Regresi
   3. Multiple Regresi
   4. General Linear Least Squares
   5. Nonlinear regresi

B. Interpolasi
   1. Newton Polynomial
   2. Lagrange Polynomial
   3. Polynomial koefisian
   4. Inverse Interpolasi
   5. Splines
   6. Multidimensional Interpolasi

C. Pendekatan Fourier
   1. Sinusoidal
   2. Continuous fourier series
   3. Frequency and Time domains
   4. Fourier Transform
   5. Discrete Fourier Transform
   6. Fast Fourier Transform
   7. Power Spectrum

6.2 Konsep Dasar

Perhitungan berdasarkan data.

data :=

0	0
1	2.6
3	23.16
4	...

$X := data^{\langle 0 \rangle}$ $\quad Y := data^{\langle 1 \rangle}$

$Y := data^{\langle 1 \rangle}$

$n := rows(data) \quad n = 14$

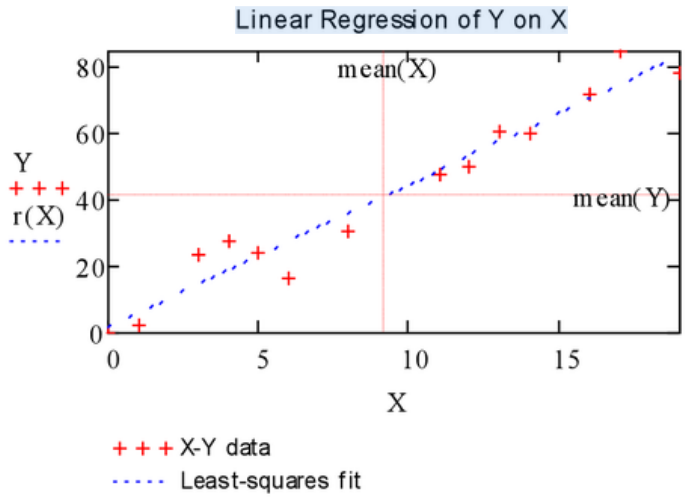
Standard deviation:

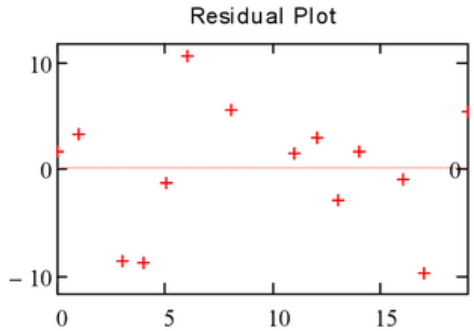
$$SD(x) := stdev(x) \cdot \sqrt{\frac{n}{n-1}}$$

	X-Coordinates	Y-Coordinates
Mean	$mean(X) = 9.214$	$mean(Y) = 41.087$
Median	$median(X) = 9.5$	$median(Y) = 38.805$
Standard dev.	$SD(X) = 6.192$	$SD(Y) = 27.203$
Variance	$SD(X)^2 = 38.335$	$SD(Y)^2 = 740.008$

Regression Statistics

Intercept	$b_0 := intercept(X, Y)$	$b_0 = 1.587$
Slope	$b_1 := slope(X, Y)$	$b_1 = 4.287$
Correlation coeff.	$corr(X, Y) = 0.9757$	
R2	$corr(X, Y)^2 = 0.952$	
Covariance	$cvar(X, Y) = 152.598$	
Standard Error	$stderr(X, Y) = 6.204$	
Plots	$r(x) := b_0 + b_1 \cdot x$	$scale := max\left(\overrightarrow{\lvert r(X) - Y \rvert}\right) \cdot 1.1$





Contoh 6.1

Misalkan anda memiliki fungsi: $f(x) := \cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot x}{T0}\right)$ Denga perioda

$T0 = 2$

Buat sampel data vector dengan panjang 2^m:

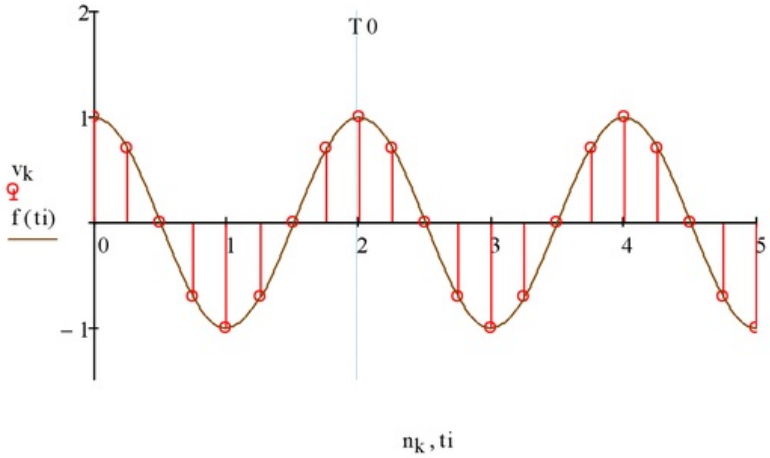
$N0 = 512$

$k := 0..N0 - 1$ $\qquad n_k := \frac{k}{f_s}$

dimana $f_s = 4$ sampel per detik merupakan frekuensi sampling, seperti yang terlihat pada grafik.

Data vector:

$v_k := f(n_k)$ $\qquad ti := 0, 0.05..20$



Transformasi Fourier bagian atas gelombang cosinus amplitudo 1 diberikan oleh dua puncak amplitudo pada ± frekuensi gelombang, pada kasus ini, $\frac{1}{T0} = 0.5$, sebagai verifikasi simbol transformasi.

$$\cos\left(2 \cdot \pi \cdot \frac{\tau}{\tau 0}\right) \text{fourier}, \tau \rightarrow \pi \cdot \left(\Delta\left(\frac{\omega \cdot \tau 0 - 2 \cdot \pi}{\tau 0}\right) + \Delta\left(\frac{2 \cdot \pi + \omega \cdot \tau 0}{\tau 0}\right)\right)$$

Contoh 6.2

Mathcad menyediakan baik Fourier transformasi cepat (FFTs), yang membuat penggunaan panjang vektor untuk mempercepat perhitungan, dan lebih umum Transformasi diskrit Fourier (DFTs), yang menghitung transformasi panjang arbitary sinyal. Fungsi dengan huruf kecil dinormalkan oleh $\frac{1}{\sqrt{N0}}$ sementara fungsi transformasi dengan kapital dinormalkan oleh $\frac{1}{N0}$. Selain itu, fungsi FFT FFT () dan FFT () hanya menerima argumen bernilai real. Jika sinyal sepenuhnya nyata, Transformasi Fourier adalah simetris kompleks-konjugat, sehingga hanya diperlukan untuk menghitung setengah dari itu, lebih lanjut lagi percepatan perhitungan.

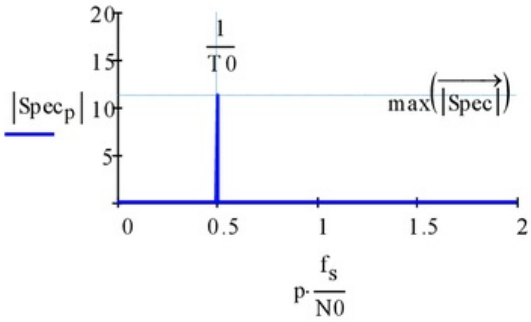
$Spec := fft(v)$ Di definisikan sebagai

$$c_p = \frac{1}{\sqrt{N0}} \cdot \sum_k \left[v_k \cdot e^{i \cdot \left(\frac{2 \cdot \pi \cdot p}{N0}\right) \cdot k} \right]$$

$p := 0 .. \frac{N0}{2}$

$N0 = 512$ $\quad$ $length(Spec) = 257$

$Spec2 := FFT(v)$ Juga sama, tetapi dinormalisasikan oleh 1/N0.



$N0 \equiv 2^9$

$T0 \equiv 2$ period

$\frac{1}{T0} = 0.5$ signal frequency

$f_s \equiv 4$ sampling frequency

$max(\overrightarrow{|Spec|}) = 11.314$ $\quad$ $max(\overrightarrow{|Spec2|}) = 0.5$

Uji resolusi frekuensi: $\frac{N0}{f_s} \cdot \frac{1}{T0} = 64$

Selain itu, ketinggian puncak FFT hanya berkorelasi dengan amplitudo gelombang input jika komponen frekuensi terjadi tepat pada titik sampel FFT. Komponen yang memiliki frekuensi cosinus di dalamnya adalah:

$index := floor\left(\frac{N0}{f_s} \cdot \frac{1}{T0}\right)$ $\quad$ $Spec_{index} = 11.314$

$\frac{2 \cdot Re(Spec_{index})}{\sqrt{N0}} = 1$ adalah amplitudo yang kita harapkan.

sejak frekuensi yang diberikan oleh $p \cdot \frac{f_s}{N0}$, frekuensi perhitungan tertinggi adalah: $\frac{N0}{2} \cdot \frac{f_s}{N0} = 2$

Indeks dari vektor frekuensi, p, harus selalu integer. Jika rasio di atas sampel dengan frekuensi sampling tidak integer, ada penyebaran di sekitar puncak dalam transformasi, karena tidak ada komponen frekuensi dihitung tepat pada frekuensi gelombang cosinus. Cobalah mengubah frekuensi sampling ke nomor yang bukan merupakan kekuatan 2, seperti.
19 atau 25, dan perhatikan penurunan puncak dan koresponden penyebaran di sampel sekitar frekuensi kosinus

Contoh 6.3

Variabel rekayasa desain sering tergantung pada beberapa independent variabel. Seringkali ketergantungan fungsional ini paling ditandai dengan kekuatan multivariat persamaan. Sebagaimana dijelaskan dalam Sec. 17.3, regresi linier berganda data log-transformasi menyediakan sarana untuk mengevaluasi hubungan tersebut. Sebagai contoh, sebuah studi teknik mesin menunjukkan bahwa aliran fluida melalui pipa adalah terkait dengan diameter pipa dan kemiringan (Tabel 20.4). Gunakan regresi linier berganda untuk menganalisis Data ini. Kemudian menggunakan model yang dihasilkan untuk memprediksi aliran untuk pipa dengan diameter 2,5 ft dan kemiringan 0,025 ft / ft.

Solution.
Persamaan daya untuk dievaluasi adalah

$$Q = a_0 D^{a_1} S^{a_2}$$

Experimental data for diameter, slope, and flow of concrete circular pipes.

Experiment	Diameter, ft	Slope, ft/ft	Flow, ft^3/s
1	1	0.001	1.4
2	2	0.001	8.3
3	3	0.001	24.2
4	1	0.01	4.7
5	2	0.01	28.9
6	3	0.01	84.0
7	1	0.05	11.1
8	2	0.05	69.0
9	3	0.05	200.0

dimana Q = aliran (ft3 / s), S = kemiringan (ft / ft), D = diameter pipa (ft), dan a0, a1, dan a2 = koefisien. Ambil logaritma dari hasil persamaan

$$\log Q = \log a_0 + a_1 \log D + a_2 \log S$$

Dalam bentuk ini, persamaan cocok untuk regresi linier berganda karena log Q adalah linear fungsi log S dan log D. Menggunakan logaritma (basis 10) dari data pada Tabel , kita dapat menghasilkan persamaan-persamaan normal berikut disajikan dalam bentuk matriks

$$\begin{bmatrix} 9 & 2.334 & -18.903 \\ 2.334 & 0.954 & -4.903 \\ -18.903 & -4.903 & 44.079 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \log a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 11.691 \\ 3.945 \\ -22.207 \end{Bmatrix}$$

Sehingga

$$\log a_0 = 1.7475$$

$$a_1 = 2.62$$

$$a_2 = 0.54$$

$$Q = 55.9(2.5)^{2.62}(0.025)S^{0.54} = 84.1 \text{ ft}^3/\text{s}$$

$$h_L = \frac{L}{1721} Q^{1.85} D^{4.85}$$

Hubungan ini disebut persamaan Hazen-Williams

6.3 Soal latihan

1. Sebuah eksperimen dilakukan untuk menentukan keterkaitan pemberian Tegangan dan waktu untuk retakan jenis stainless steel. Delapan nilai yang berbeda dari tegangan yang diterapkan, dan data yang dihasilkan adalah

Applied stress x, kg/mm²	5	10	15	20	25	30	35	40
Fracture time y, hr	40	30	25	40	18	20	22	15

   Plot data dan kemudian kembangkan persamaan fit-terbaik untuk memprediksi waktu retakan untuk tegangan untuk pemberian tegangan 20 kg / mm2

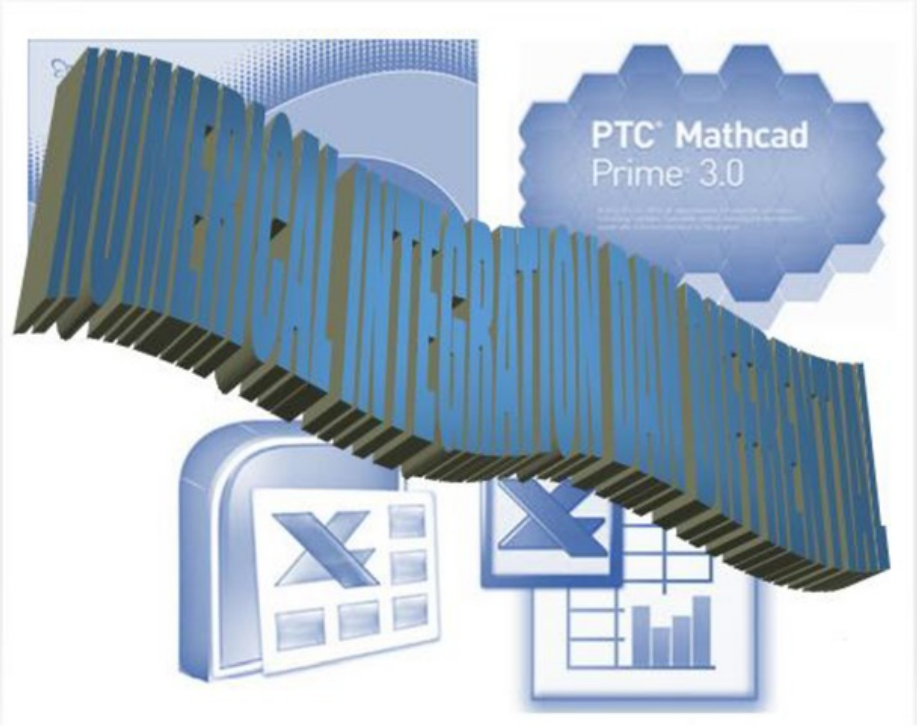
2. Data di bawah diperoleh dari uji creep yang dilakukan pada suhu kamar pada sebuah kawat terdiri dari 40% timah, 60% timah, dan solder inti padat. Hal ini dilakukan dengan mengukur peningkatan regangan dari waktu ke waktu sementara beban konstan diterapkan pada benda uji. Menggunakan metode regresi linear, cari (a) persamaan garis yang paling sesuai dengan data dan (b) nilai r2. Plot hasil Anda. Apakah garis melewati asal-yaitu, pada waktu nol-harus ada regangan?

Jika garis tidak melewati titik asal, paksa untuk melakukannya. Apakah baris baru ini mewakili tren data? Sarankan persamaan baru yang memenuhi nol regangan pada waktu nol dan juga mewakili data tren dengan baik.

Time, min	Strain, %	Time, min	Strain, %	Time, min	Strain, %
0.085	0.10	3.589	0.26	7.092	0.43
0.586	0.13	4.089	0.30	7.592	0.45
1.086	0.16	4.590	0.32	8.093	0.47
1.587	0.18	5.090	0.34	8.593	0.50
2.087	0.20	5.591	0.37	9.094	0.52
2.588	0.23	6.091	0.39	9.594	0.54
3.088	0.25	6.592	0.41	10.097	0.56

BAB 6 CURVE FITTING

BAB 7



BAB 7 NUMERICAL INTEGRATION DAN DIFFRENTIAL

7.1 Kunci Penguasaan Materi

1. **Newton-Cotes for Equations**
2. **Romberg Integration**
3. **Adaptive Quadrature**
4. **Gauss Quadrature**

7.2 Konsep Dasar

Pendulum sederhana

Massa Pendulum: $m := 1$

Percepatan Gravitasi: $g := 9.81$

Panjang Pendulum: $L := 1$

Batas Waktu: $tend := 100$

Konstarint, penjumlahan dari panjang pendulum

Given

$$x(\tau)^2 + y(\tau)^2 = L^2$$

$$m \cdot \frac{d^2}{d\tau^2} x(\tau) = \frac{-x(\tau)}{L} \cdot F(\tau)$$

$$m \cdot \frac{d^2}{d\tau^2} y(\tau) = -m \cdot g - \frac{y(\tau)}{L} \cdot F(\tau)$$

Pendulum dimulai di bagian bawah lintasan, tanpa kecepatan ke bawah dan kecepatan horisontal 1. Perhatikan bahwa kondisi awal harus memenuhi persamaan kendala aljabar $x(0) = 0$

$x'(0) = 1$ $\qquad$ $y(0) = -L$

$F(0) = \dfrac{m \cdot (1 + L \cdot g)}{L}$ $\qquad$ $y'(0) = 0$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ F \end{pmatrix} := \text{Odesolve}\left[\begin{pmatrix} x \\ y \\ F \end{pmatrix}, \tau, \text{tend}\right]$$

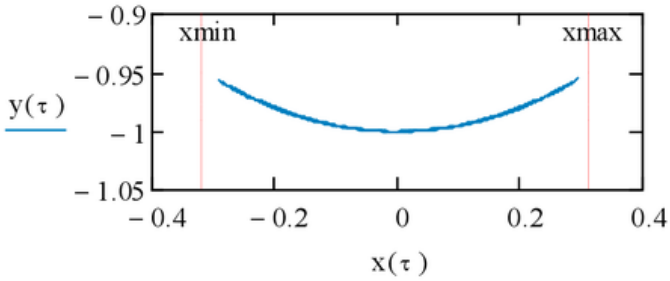
Periode Pendulum

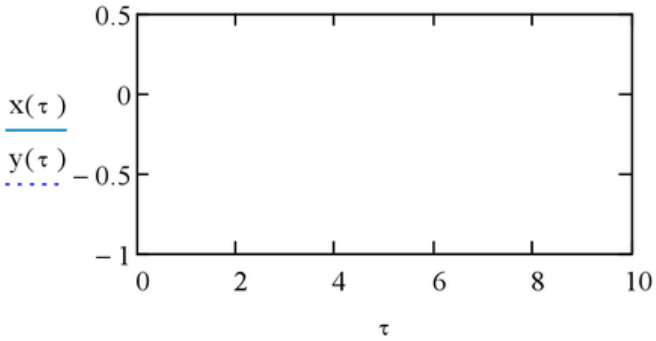
$$T := 2\cdot\pi\cdot\sqrt{\frac{L}{g}} \quad xmax := x\left(\frac{T}{4}\right) \quad xmin := x\left(\frac{3\cdot T}{4}\right)$$

$$\theta max := \text{asin}\left(\frac{xmax}{L}\right) \quad \theta max = 0.321$$

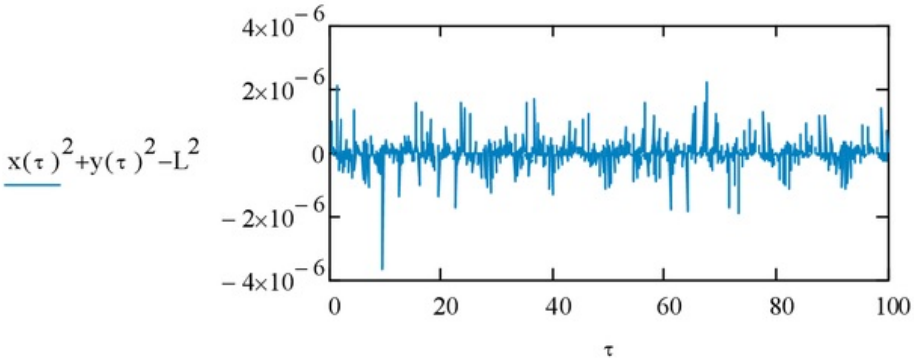
Grafik

Pendulum berayun bolak-balik di ruang ekstrem pada pergerakannya. yang berhubungan dengan periode tetap dan panjang bob. Perlu diperhatikan bahwa kondisi awal harus memenuhi persamaan kendala aljabar.





Kesalahan untuk solusi DAE diberikan oleh seberapa dekat kondisi aljabar, dalam hal ini, persamaan untuk x dan y posisi dalam hal panjang pendulum, terpenuhi.



Differentiation 1

Mathcad memecahkan DAEs hingga indeks 3. Secara kasar, indeks dari DAE adalah jumlah diferensiasi yang diperlukan sampai Anda mendapatkan sistem yang terdiri hanya dari persamaan diferensial biasa dengan tidak ada kendala aljabar. Dalam kasus di atas, Anda perlu untuk mendapatkan persamaan untuk perubahan berlaku dari waktu ke waktu, tanpa kendala panjang. Jika Anda mempertimbangkan persamaan pendulum polos di atas, differensiasi aljabar terhadap hasil waktu

$$0 = 2\cdot x(\tau)\cdot\frac{d}{d\tau}x(\tau) + 2y(\tau)\cdot\frac{d}{d\tau}y(\tau)$$

Differentiation 2

$$0 = \frac{d}{d\tau}x(\tau)\cdot v_x(\tau) + x(\tau)\cdot\frac{d}{d\tau}v_x(\tau) + \frac{d}{d\tau}y(\tau)\cdot v_y(\tau) + y(\tau)\cdot\frac{d}{d\tau}v_y(\tau)$$

subtitusikan dalam ekspresi asli untuk percepatan dalam x dan y, tereduksi menjadi

$$0 = v_x(\tau)^2 + v_y(\tau)^2 - \left(x(\tau)^2 + y(\tau)^2\right)\cdot\frac{F(\tau)}{m\cdot L} - g\cdot y(\tau)$$

Given

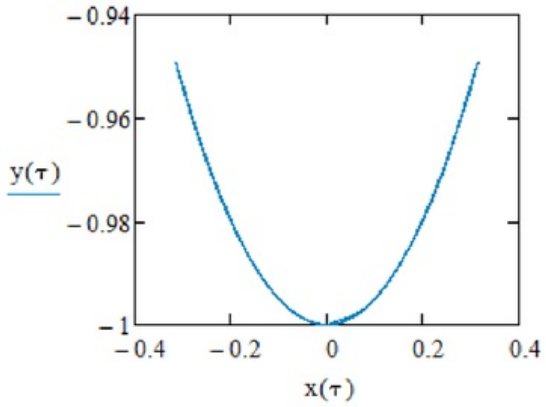
$$m \cdot L \cdot \frac{x'(\tau)^2 + y'(\tau)^2 - g \cdot y(\tau)}{x(\tau)^2 + y(\tau)^2} = F(\tau)$$

$$m \cdot \frac{d^2}{d\tau^2} x(\tau) = \frac{-x(\tau)}{L} \cdot F(\tau) \quad m \cdot \frac{d^2}{d\tau^2} y(\tau) = -m \cdot g - \frac{y(\tau)}{L} \cdot F(\tau)$$

$$x(0) = 0 \quad y(0) = -L \quad x'(0) = 1 \quad y'(0) = 0$$

$$F(0) = \frac{m \cdot (1 + L \cdot g)}{L}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ F \end{pmatrix} := \text{Odesolve}\left[\begin{pmatrix} x \\ y \\ F \end{pmatrix}, \tau, \text{tend}\right]$$



Amati bagaimana nilai dihitung untuk y tumbuh semakin jauh dari nilai yang diperlukan untuk memenuhi konstrain aljabar, dihasilkan dari pengurangan indeks (indeks 1)

Satu integrasi yang lebih menghasilkan sistem persamaan diferensial orde - tiga differensiasi untuk mencapai titik ini berarti bahwa DAE asli indeks 3. Prosedur ini dapat digunakan untuk mengurangi indeks dari DAE sehingga dapat diselesaikan dengan Mathcad, mengakui bahwa konstrain aljabar asli masih berlaku dan harus dipenuhi oleh solusi apapun, serta oleh nilai awal. Dalam contoh pendulum polos, kasus dengan formulasi Index 2, kendala sekarang akan

$$0 = x(\tau)\, v_x(\tau) + y(\tau) \cdot v_y(\tau)$$

Meskipun konstrain, $0 = x(\tau)^2 + y(\tau)^2 - L^2$ tidak lagi terlihat, itu harus dipenuhi oleh nilai-nilai awal, yang juga harus memenuhi persamaan kendala baru.

Contoh 7.1

Selesaikan Persamaan di bawah ini.

$$\frac{d}{dz}y(z) = f(z,y) \qquad y(z0) = y0$$

Untuk

$$f(z, y) := sin(z) + \frac{1}{y} \qquad z1 := 8 \cdot \pi$$

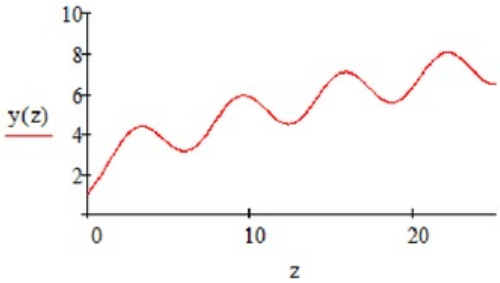
$$z0 := 0 \qquad y0 := 1 \qquad N := 1 \cdot 10^3$$

Penyelesaian

$$Given$$

$$y'(z) = f(z, y(z)) \qquad y(z0) = y0$$

$$y := Odesolve(z, z1)$$



Contoh 7.2

Hitunglah turunan ke empat dari

$$f(x) := 2 \cdot x + 3 + 3\cos(x)^2$$

$$x := -4$$

Penyelesaian

$$\frac{d}{dx} f(x) = 4.968$$

$$n := 5$$

$$\frac{d^n}{dx^n} f(x) = 47.489$$

7.3 Soal latihan

1. Data kecepatan udara dikumpulkan pada jari-jari yang berbeda dari tengah lingkaran 16-cm diameter pipa melingkar seperti tertera di bawah ini:

r, cm	0	1.60	3.20	4.80	6.40	7.47	7.87	7.95	8
v, m/s	10	9.69	9.30	8.77	7.95	6.79	5.57	4.89	0

gunakan integrasi numerik untuk menentukan laju aliran massa, yang dapat dihitung sebagai

$$\int_0^R \rho v 2\pi r \, dr$$

Dimana ρ = densitas (= 1,2 kg / m3). tulis hasil Anda dalam kg / s.

2. Berdasarkan aturan multiple-aplikasi Simpson untuk mengevaluasi jarak vertikal luncur roket jika kecepatan vertikal diberikan oleh

$$v = 11t^2 - 5t \qquad 0 \le t \le 10$$

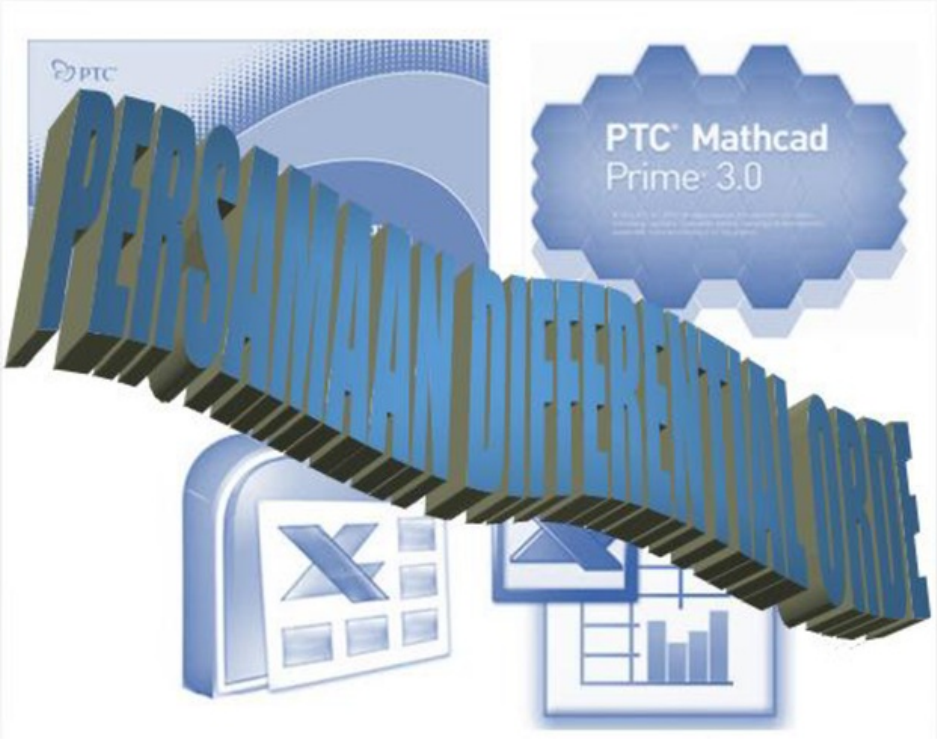
$$v = 1100 - 5t \qquad 10 \le t \le 20$$

$$v = 50t + 2(t-20)^2 \qquad 20 \le t \le 30$$

Selain itu, gunakan diferensiasi numerik untuk mengembangkan grafik dari percepatan (dv / dt) dan jerk (d2v / dt2) terhadap waktu untuk t = 0 sampai 30. Perhatikan bahwa jerk sangat penting karena sangat berkorelasi dengan whiplash.

BAB 7 NUMERICAL INTEGRATION DAN DIFFRENTIAL

BAB 8



BAB 8 PERSAMAAN DIFFERENTIAL ORDE

8.1 Kunci Penguasaan Materi

1. Metode Euler
2. Pengembangan Metode Euler (Metode Heun's)
3. Metode Odesolve
4. Metode Runge-Kutta

A. Metode Euler

Contoh 8.1:

Diketahui:

$N := 10 \quad n := 0..N \qquad t_{end} := 30 \cdot min \quad h := \frac{t_{end}}{N} \qquad h = 3\,min$

$A := 25 \cdot ft^2 \qquad a := 1 \cdot in^2$

$t_0 := 0 \cdot s \qquad y_0 := 10 \cdot ft$

Initial value:

Persamaan differensial: $\frac{d}{dt}y(t) = -\frac{a}{A} \cdot \sqrt{2g \cdot y(t)} \qquad f(t,y) := -\frac{a}{A} \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot y}$

$t_{n+1} := t_n + h$

Persamaan iterasi: $y_{n+1} := y_n + h \cdot f(t_n, y_n)$

Jawaban:

$y_{Exact}(t_N) := \left(\sqrt{y_0} - \frac{a}{A} \cdot \sqrt{\frac{g}{2}} \cdot t\right)^2$

$y_N = 1.094\,ft$

$t_N = 30\,min$

Error: $\left|\frac{1.094 - 1.338}{1.338}\right| = 18.236 \cdot \%$

$y_{Exact}(t_N) =$

	0
0	10
1	8.772
2	7.624
3	6.557
4	5.57
5	4.664
6	3.838
7	3.092
8	2.427
9	1.843
10	1.338
11	0.915

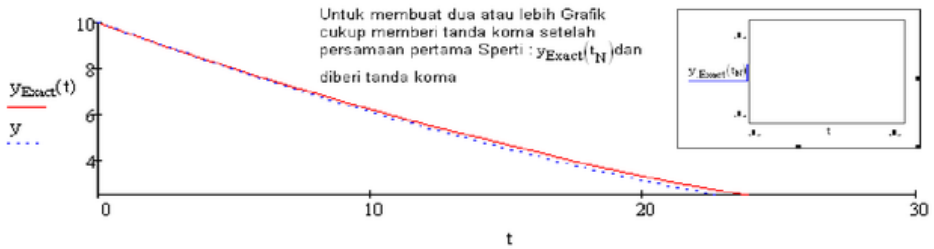
ft

$y =$

	0
0	10
1	8.732
2	7.546
3	6.445
4	5.426
5	4.492
6	3.642
7	2.877
8	2.196
9	1.602
10	1.094
11	0.675

ft

Plot Grafik



Contoh 8.2:

$$\frac{d}{dt}x(t) = y(t)^2 - x(t) + e^{-t} \qquad x(0) = c$$

$$\frac{d}{dt}y(t) = -x(t) \cdot z(t) \qquad y(0) = 2$$

$$\frac{d}{dT}z(t) = y(t) - z(t) \qquad z(0) = 1$$

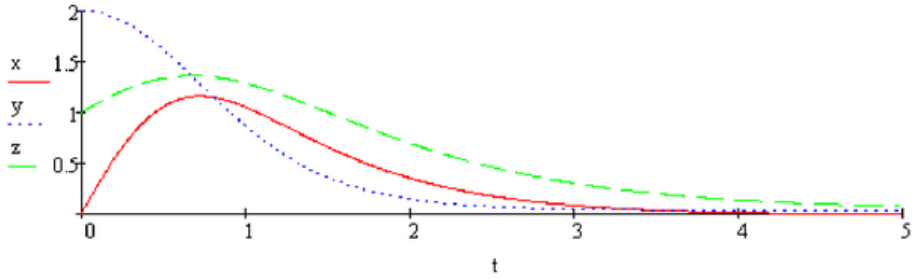
$N := 1000 \qquad t_{end} := 5$

$\Delta t := \frac{t_{end}}{N} \qquad \Delta t = 5 \times 10^{-3}$

$x_0 := 0 \qquad y_0 := 2 \qquad z_0 := 1 \qquad t_0 := 0$

$n := 0..N - 1 \qquad t_{n+1} := t_n + \Delta t$

$$\begin{pmatrix} x_{n+1} \\ y_{n+1} \\ z_{n+1} \end{pmatrix} := \begin{bmatrix} x_n + \Delta t \cdot \left[(y_n)^2 - \left(x_n + e^{-t_n} \right) \right] \\ y_n + \Delta t \cdot (-x_n \cdot z_n) \\ z_n + \Delta t \cdot (y_n - z_n) \end{bmatrix}$$



Contoh 8.3:

Selesaikan: $\frac{d}{dx} y(x) = 2 \cdot x - y \qquad y(0) = 4$

Diketahui: $N := 25 \qquad L := 5$

$h := \frac{L}{N} \qquad h = 0.2$

$f(x,y) := 2 \cdot x - y$

Initial value: $x_0 := 0 \qquad y_0 := 0$

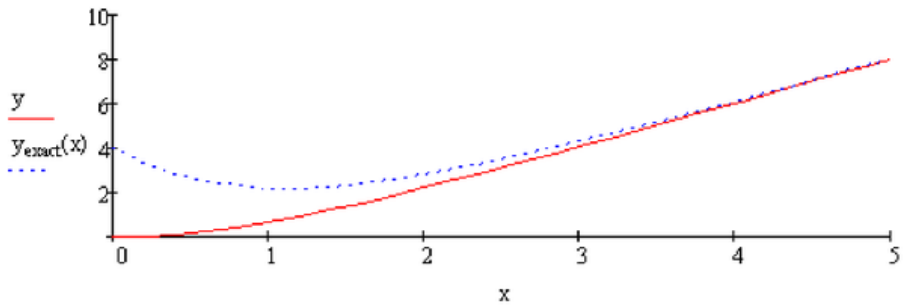
$n := 0..N-1 \qquad x_{n+1} := x_n + h \qquad y_{n+1} := y_n + h \cdot f(x_n, y_n)$

$y_{exact}(x) := 6 \cdot e^{-x} + 2 \cdot x - 2$

Jawaban: $y_N = 8.008$

$y_{exact}(x_N) = 8.04$

Plot Grafik $\qquad Error := \left| \frac{y_{exact}(x_N) - y_N}{y_{exact}(x_N)} \right| \qquad Error = 0.409\,\%$



B. Odesolve Method untuk menyelesaikan ODE pertama

Known

$t_{end} := 5$

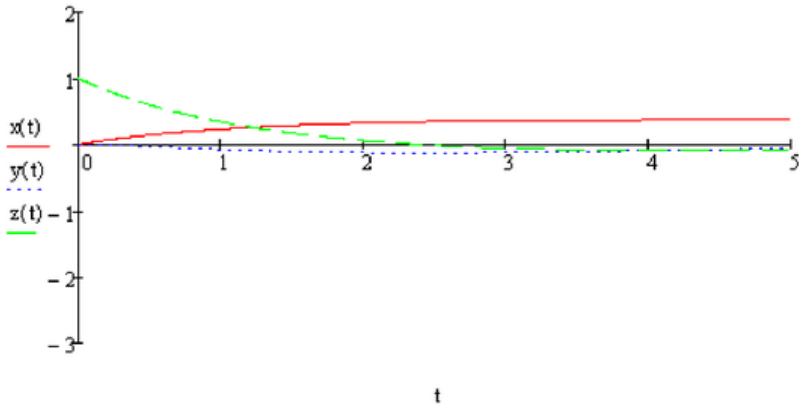
Given

$$\frac{d}{dt}x(t) = y(t)^2 - x(t) + e^{-1} \qquad x(0) = 0$$

$$\frac{d}{dt}y(t) = -x(t) \cdot z(t) \qquad y(0) = 0$$

$$\frac{d}{dt}z(t) = y(t) - z(t) \qquad z(0) = 1$$

For Odesolve $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} := \text{Odesolve}\left[\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, t, t_{end}\right]$



Note: kita tak bisa menggunakan satuan pada metode (Odesolve & rkfixed)

Lihat Perbedaan Menggunakan :

* The Euler method
* The Odesolve method
* The rkfixed (Runge-Kutta) method

C. Rkfixed Method dalam penyelesaian First Order ODEs

Equation to solve:

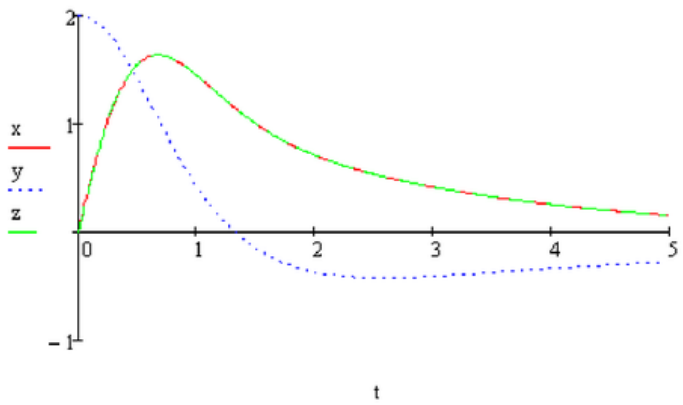
$$\frac{d}{dt}x(t) = y(t)^2 - x(t) + e^{-1} \qquad x(0) = 0$$

$$\frac{d}{dt}y(t) = -x(t) \cdot z(t) \qquad y(0) = 2$$

$$\frac{d}{dt}z(t) = y(t) - z(t) \qquad z(0) = 1$$

$t_{end} := 5$ $\quad N := 500$ $\quad D(t,w) := \begin{bmatrix} (w_1)^2 - w_0 + e^{-t} \\ -w_0 \cdot w_2 \\ w_1 - w_2 \end{bmatrix}$ $\quad S := \text{rkfixed}\left[\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, 0, t_{end}, N, D\right]$

$t := S^{\langle 0 \rangle}$ $\quad x := S^{\langle 1 \rangle}$ $\quad y := S^{\langle 2 \rangle}$ $\quad z := S^{\langle 1 \rangle}$



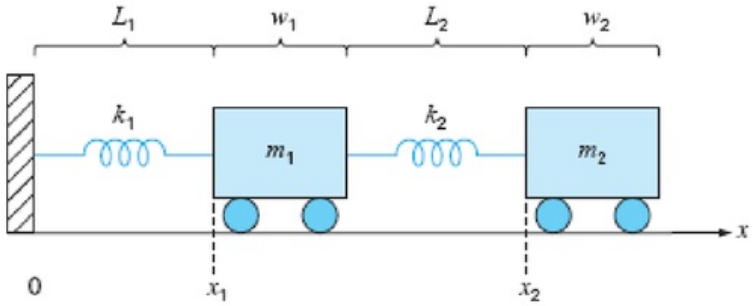
8.2 Latihan Soal

1. Sebuah pesawat sedang dilacak oleh radar, dan data diambil setiap detik dalam koordinat polar Θ dan r.

t, s	200	202	204	206	208	210
θ, rad	0.75	0.72	0.70	0.68	0.67	0.66
r, m	5120	5370	5560	5800	6030	6240

Pada 206 detik, gunakan ODE(orde kedua) untuk menemukan ekspresi vektor untuk kecepatan $\vec{v}$ dan $\vec{a}$ percepatan. Kecepatan dan percepatan yang diberikan dalam koordinat polar adalah:

$$\vec{v} = \dot{r}\vec{e}_r + r\dot{\theta}\vec{e}_\theta \qquad \vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\vec{e}_r + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})\vec{e}_\theta$$

2. 

Dua massa yang melekat pada dinding dengan pegas linear keseimbangan gaya berdasarkan hukum kedua Newton dapat ditulis sebagai

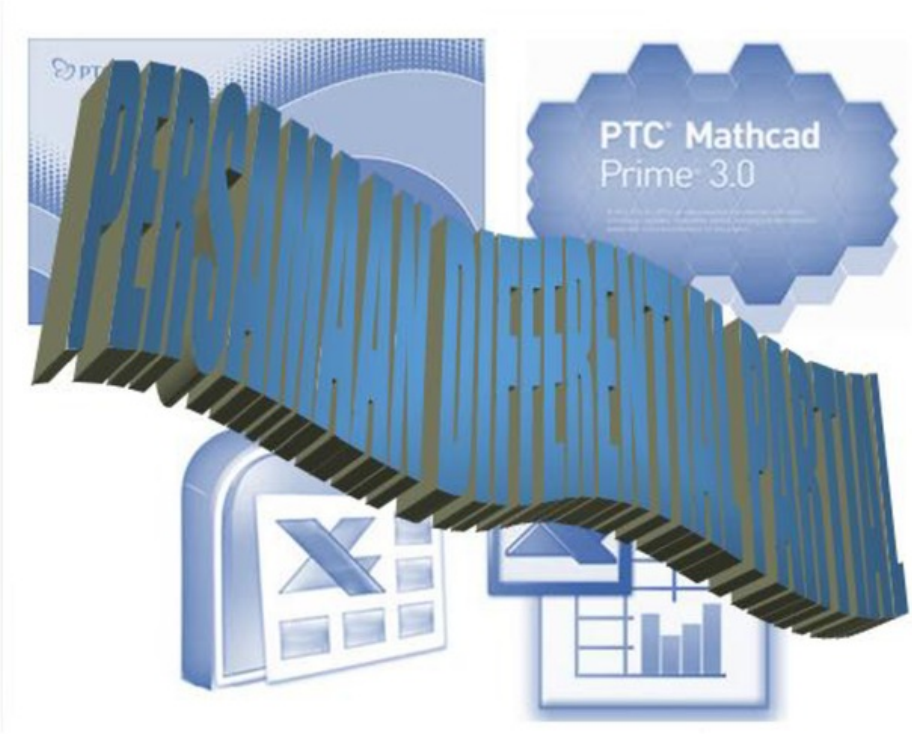
$$\frac{d^2x_1}{dt^2} = -\frac{k_1}{m_1}(x_1 - L_1) + \frac{k_2}{m_1}(x_2 - x_1 - w_1 - L_2)$$

$$\frac{d^2x_2}{dt^2} = -\frac{k_2}{m_2}(x_2 - x_1 - w_1 - L_2)$$

di mana k = konstanta pegas, m = massa, L = panjang pegas, dan w = lebar massa. Hitunglah posisi massa sebagai fungsi waktu menggunakan nilai parameter berikut: k1 = k2 = 5, m1 = m2 = 2, w1 = w2 = 5, dan L1 = L2 = 2. Atur kondisi awal sebagai x1 = L1 dan x2 = L1 + w1 + L2 + 6. Lakukan simulasi dari t = 0 sampai 20. Plot time-series dari kedua perpindahan dan kecepatan. Selain itu, plot fase-bidang x1 vs x2.

BAB 8 PERSAMAAN DIFFERENTIAL ORDE

BAB 9



BAB 9 PERSAMAAN DIFFERENTIAL PARTIAL

9.1 Kunci Penguasaan Materi

1. Laplace Equation
2. Finite Difference solution
3. Crank Nicolson
4. ADI
5. FEM

9.2 Konsep Dasar

PDE menggunakan Solve Block

Untuk menyelesaikan persamaan gelombang satu dimensi

$$\frac{\partial}{\partial z} v(x,z) = a^2 \cdot \frac{d^2}{dx^2} w(x,z)$$

Gunakan konstrain

$$\frac{\partial}{\partial z} w(x,z) = v(x,z)$$

untuk merubah persamaan pertama sebagai sistem dua persamaan diferensial parsial.

PDE solve block:

Given

$$v_z(x,z) = a^2 \cdot w_{xx}(x,z) \qquad w_z(x,z) = v(x,z)$$

Dengan kondisi batas awal

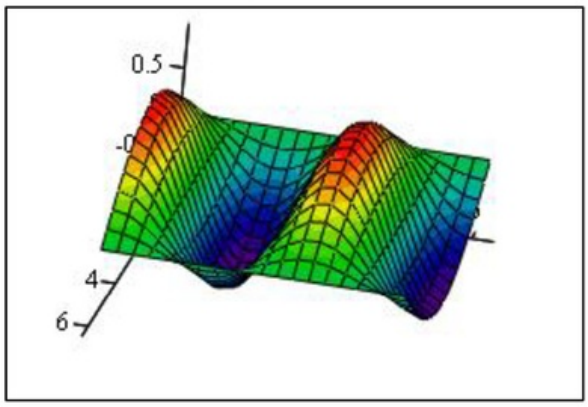
$$w(x,0) = \sin\left(\frac{\pi \cdot x}{L}\right) \qquad v(x,0) = 0$$

$$w(0,z) = 0 \qquad w(L,z) = 0$$

$$\begin{pmatrix} w \\ v \end{pmatrix} := \text{Pdesolve}\left[\begin{pmatrix} w \\ v \end{pmatrix}, x, \begin{pmatrix} 0 \\ L \end{pmatrix}, z, \begin{pmatrix} 0 \\ T0 \end{pmatrix}\right] \qquad \begin{aligned} a &\equiv 3 \\ L &\equiv 2\cdot\pi \\ T0 &\equiv 2\cdot\pi \end{aligned}$$

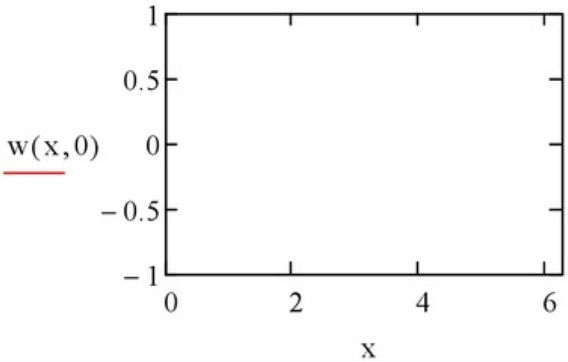
Pembuatan Mesh ke dalam tiga dimensi menggunakan kondisi batas tsb:

$M := \text{CreateMesh}(w, 0, L, 0, T0)$

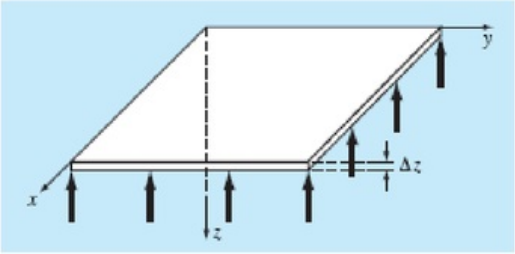


M

Berikut ini adalah solusi tunggal pada batas:



Contoh 9.1



Piring persegi dengan tepi hanya didukung dikenakan beban q areal. Defleksi dalam dimensi z dapat ditentukan dengan memecahkan eliptik PDE (lihat Carnahan, Luther, dan Wilkes, 1969)

$$\frac{\partial^4 z}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4 z}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 z}{\partial y^4} = \frac{q}{D}$$

Dengan

$$D = \frac{E\,\Delta z^3}{12(1-\sigma^2)} \qquad u = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$$

Sehingga $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2} = u$

kembangkan program komputer untuk menentukan defleksi untuk subjek piring persegi dengan beban areal konstan. Uji program untuk piring dengan tepi 2-m panjang, q = 33,6 kN / m2, σ= 0,3, ΔZ = 10-2 m, dan E = 2 × 1011 Pa. Δ X =ΔY = 0,5 m untuk menjalankan pengujian Anda.

Penyelesaian

Subtitusikan persamaan Finite-divided differences

$$\frac{u_{i+1,j} - 2u_{i,j} + u_{i-1,j}}{\Delta x^2} + \frac{u_{i,j+1} - 2u_{i,j} + u_{i,j-1}}{\Delta y^2} = \frac{q}{D}$$

Didapat bahwa

$D = 1.832 \times 10^4$ N/m sehingga

$$u_{i+1,j} + u_{i-1,j} + u_{i,j+1} + u_{i,j-1} - 4u_{i,j} = 0.458$$

Persamaan ini dapat ditulis untuk semua node dengan batas-batas ditetapkan pada u = 0. hasil persamaan adalah

$$\begin{bmatrix} -4 & 1 & & 1 & & & & & \\ 1 & -4 & 1 & & 1 & & & & \\ & 1 & -4 & & & 1 & & & \\ 1 & & & -4 & 1 & & 1 & & \\ & 1 & & 1 & -4 & 1 & & 1 & \\ & & 1 & & 1 & -4 & & & 1 \\ & & & 1 & & & -4 & 1 & \\ & & & & 1 & & 1 & -4 & 1 \\ & & & & & 1 & & 1 & -4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{1,1} \\ u_{2,1} \\ u_{3,1} \\ u_{1,2} \\ u_{2,2} \\ u_{3,2} \\ u_{1,3} \\ u_{2,3} \\ u_{3,3} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0.458 \\ 0.458 \\ 0.458 \\ 0.458 \\ 0.458 \\ 0.458 \\ 0.458 \\ 0.458 \\ 0.458 \end{Bmatrix}$$

Sehingga didapat

$u_{1,1} = -0.315 \quad u_{1,2} = -0.401 \quad u_{1,3} = -0.315$

$u_{2,1} = -0.401 \quad u_{2,2} = -0.515 \quad u_{2,3} = -0.401$

$u_{3,1} = -0.315 \quad u_{3,2} = -0.401 \quad u_{3,3} = -0.315$

$z_{1,1} = 0.063 \quad z_{1,2} = 0.086 \quad z_{1,3} = 0.063$

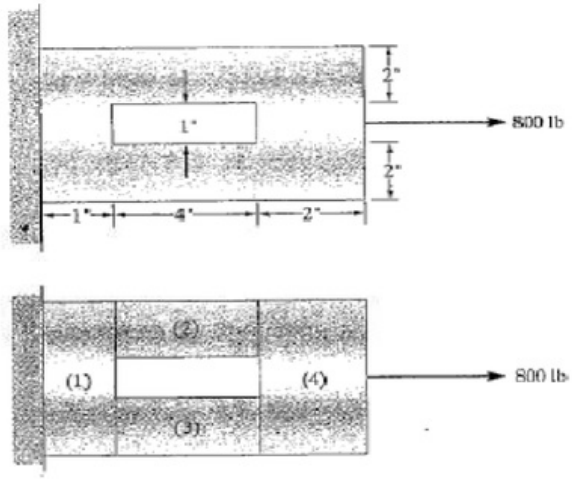
$z_{2,1} = 0.086 \quad z_{2,2} = 0.118 \quad z_{2,3} = 0.086$

$z_{3,1} = 0.063 \quad z_{3,2} = 0.086 \quad z_{3,3} = 0.063$

9.3 METODE ELEMEN HINGGA.

Contoh 9.2.1

Sebuah plat baja di beri beban axial seperti pada gambar. Tentukan defleksi dan tegangan rata-rata sepanjang plat. Plat mempunyai 1/16 ketebalan dan modulus elastisitas E= 29 x 10^6 lb/in^2



Penyelesaian:

$A1 := 5 \cdot 0.0625 = 0.313$

$E := 29 \cdot 10^6 = 2.9 \times 10^7$

$L1 := 1 \qquad k1 := A1 \cdot \frac{E}{L1} = 9.063 \times 10^6$

$A2 := 2 \cdot 0.0625 = 0.125$

$L2 := 4 \qquad k2 := A2 \cdot \frac{E}{L2} = 9.063 \times 10^5$

$A4 := 5 \cdot 0.0625 = 0.313 \qquad k3 := k2$

$L4 := 2 \qquad k4 := A4 \cdot \frac{E}{L4} = 4.531 \times 10^6$

$$Ke1 := \begin{pmatrix} k1 & -k1 & 0 & 0 \\ -k1 & k1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9.063\times 10^{6} & -9.063\times 10^{6} & 0 & 0 \\ -9.063\times 10^{6} & 9.063\times 10^{6} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$Ke2 := \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k2 & -k2 & 0 \\ 0 & -k2 & k2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 9.063\times 10^{5} & -9.063\times 10^{5} & 0 \\ 0 & -9.063\times 10^{5} & 9.063\times 10^{5} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$ke3 := \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k3 & -k3 & 0 \\ 0 & -k3 & k3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 9.063\times 10^{5} & -9.063\times 10^{5} & 0 \\ 0 & -9.063\times 10^{5} & 9.063\times 10^{5} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$ke4 := \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k4 & -k4 \\ 0 & 0 & -k4 & k4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4.531\times 10^{6} & -4.531\times 10^{6} \\ 0 & 0 & -4.531\times 10^{6} & 4.531\times 10^{6} \end{pmatrix}$$

$$k := k1 + k2 + k3 + k4 = 1.541\times 10^{7}$$

Known information

Now $u1 := 0$ Also

$f1 := 0$

$f2 := 0$

$f3 := 0$

$f4 := 800$

Atur Initial Value

$u2 := 0$

$u3 := 0$

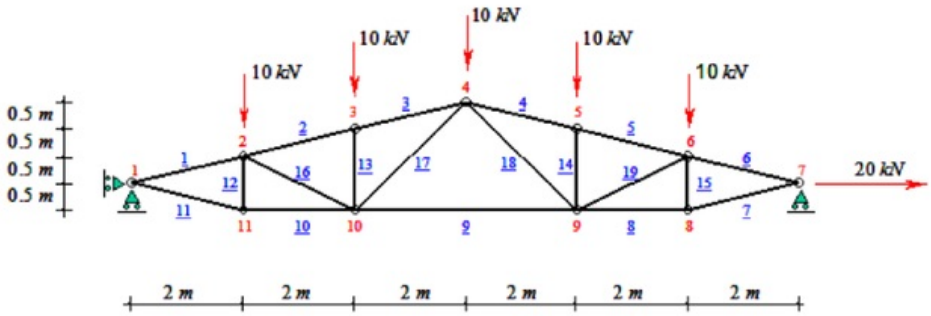
$u4 := 0$

Setup the solve block Given ... Find

$$\text{Given} \begin{pmatrix} u1 \\ u2 \\ u3 \\ u4 \end{pmatrix} \cdot k = \begin{pmatrix} f1 \\ f2 \\ f3 \\ f4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u2 \\ u3 \\ u4 \end{pmatrix} := \text{Find}\left(\begin{pmatrix} u2 \\ u3 \\ u4 \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 5.193\times 10^{-5} \end{pmatrix}$$

Contoh 9.2.2

Selesaikan permasalahan seperti gambar di bawah ini dengan menggunkan Metode Elemen Hingga



Kemudian pada MathCAD Prime input data seperti di bawah ini dengan menggunkana Excel Component:

Inputs

Setting of Noda						
No.	Koordinat		Konstrain		Load	
	x(cm)	y(cm)	Vx	Vy	Fx(N)	Fy(N)
1	0	50	1	1		
2	200	100				-10000
3	400	150				-10000
4	600	200				-10000
5	800	150				-10000
6	1000	100				-10000
7	1200	50		1	20000	
8	1000	0				
9	800	0				
10	400	0				
11	200	0				

Outputs

$$Input_N := excel_{\text{"Mechanical!B4:G14"}}$$

Langkah-langkahnya sebagai berikut

1. Pada Tool Input/Output pada MathCAD Prime, klik Insert Excel Component pada Excel component.
2. Klik dua kali pada area kosong antara Input dan Output, kemudian akan muncul MS.Excel kemudian input data seperti diatas
3. Namakan sheet1 dengan nama Mechanical
4. Yakinkan bahwa data tersebut berada pada Range B4:G14

5. Pada Output ketik Input_N:excel "Mechanical!B$:G14. Seperti gambar di bawah

	A	B	C	D	E	F	G
1	Setting of Noda						
2	No.	Koordinat		Konstrain		Load	
3		x(cm)	y(cm)	Vx	Vy	Fx(N)	Fy(N)
4	1	0	50	1	1		
5	2	200	100				-10000
6	3	400	150				-10000
7	4	600	200				-10000
8	5	800	150				-10000
9	6	1000	100				-10000
10	7	1200	50		1	20000	
11	8	1000	0				
12	9	800	0				
13	10	400	0				
14	11	200	0				

Begitu juga dengan data seperti dibawah ini, juga dilakukan dengan cara yang sama.

(catatan : anda tidak perlu menyimpan Excel, cukup ditutup saja, dan untuk membuka kembali cukup klik file yang ada di MathCAD).

Inputs

Setting Element Truss			
No.	Noda Awal	Noda Akhir	Luas(cm^2)
1	1	2	8
2	2	3	8
3	3	4	8
4	4	5	8
5	5	6	8
6	6	7	8
7	7	8	6
8	8	9	6
9	9	10	6
10	10	11	6
11	11	1	6
12	2	11	4
13	3	10	4
14	5	9	4
15	6	8	4
16	2	10	4
17	4	10	4
18	4	9	4
19	6	9	4

Outputs

$$Input_E := excel_{\text{"Engineering!B3:D21"}}$$

Kemudian ketikkan perintah berikut:

$ORIGIN := 1$

$x := 1$

$y := 2$

$n_n := \text{rows}(Input_N) \quad n_n = 11$

$n_e := \text{rows}(Input_E) \quad n_e = 19$

$N := \text{submatrix}(Input_N, 1, n_n, 1, 2) \cdot cm$

Hal ini akan menghasilkan

$$N^T = \begin{bmatrix} 0 & 200 & 400 & 600 & 800 & 1\cdot 10^3 & 1.2\cdot 10^3 & 1\cdot 10^3 & 800 & 400 & 200 \\ 50 & 100 & 150 & 200 & 150 & 100 & 50 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} cm$$

$T := \text{submatrix}(Input_E, 1, n_e, 1, 2)$

$A := \text{submatrix}(Input_E, 1, n_e, 3, 3) \cdot cm^2$

$E_y := 206000 \cdot \frac{N}{mm^2}$

$F := \text{submatrix}(Input_N, 1, n_n, 5, 6) \cdot N$

$v := \text{submatrix}(Input_N, 1, n_n, 3, 4)$

Keterangan
Nodal constrains:
0 - free
1 - locked

Selanjutnya ketikkan Program di bawah ini dengan Fasilitas Program yang ada di MathCAD Prime. Untuk Tutorial pengetikkan program penulis cantumkan di bab Lampiran.

Setting Elemen Rangka Undeformation

```
Sind := | for i ∈ 1 .. n_e
        |   | n_i ← T_(i,1)
        |   | n_f ← T_(i,2)
        |   | v_(1,i) ← N_(n_i,x) + N_(n_i,y) · 1i
        |   | v_(2,i) ← N_(n_f,x) + N_(n_f,y) · 1i
        | v
```

Setting Konstrain

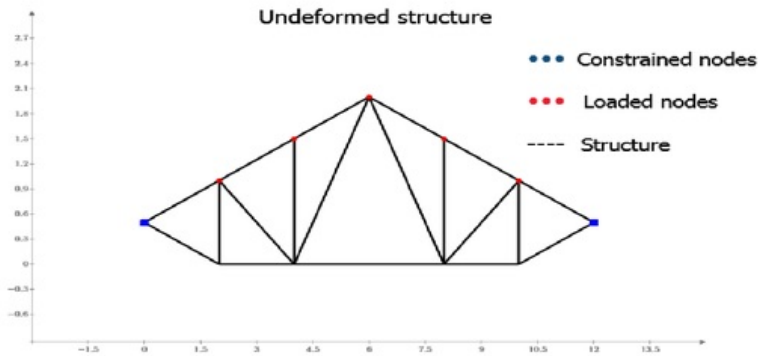
```
Vg := | j ← 0
      | for i ∈ 1..n_n
      |   | if v_{i,x} ≠ 0 ∨ v_{i,y} ≠ 0
      |   |   | j ← j + 1
      |   |   | s_j ← N_{i,x} + N_{i,y} · 1i
      | s
```

Setting Beban

```
Fg := | j ← 0
      | for i ∈ 1..n_n
      |   | if F_{i,x} ≠ 0 ∨ F_{i,y} ≠ 0
      |   |   | j ← j + 1
      |   |   | s_j ← N_{i,x} + N_{i,y} · 1i
      | s
```

Kemudian Plot grafik dengan data

$Sumbu(y)$	$Sumbu(x)$ (m)
$Im(Sind)\cdot m$	$Re(Sind)$
$Im(Vg)\cdot m^{-1}$	$Re(Fg)$
$Im(Fg)\cdot m^{-1}$	$Re(Vg)$



Kemudian Algoritma Penyelesaian Struktur Sbb

$i := 1 .. n_e$

$$L_i := \sqrt{\left(N_{T_{i,1},x} - N_{T_{i,2},x}\right)^2 + \left(N_{T_{i,1},y} - N_{T_{i,2},y}\right)^2}$$

$$E_i := E_y \qquad k_i := \frac{E_i \cdot A_i}{L_i}$$

$$\mathrm{k}(i) := \left\| \begin{array}{l} c \leftarrow \dfrac{N_{T_{i,2},x} - N_{T_{i,1},x}}{L_i} \\ s \leftarrow \dfrac{N_{T_{i,2},y} - N_{T_{i,1},y}}{L_i} \\ k_i \cdot \begin{bmatrix} c \cdot c & c \cdot s & -c \cdot c & -c \cdot s \\ c \cdot s & s \cdot s & -c \cdot s & -s \cdot s \\ -c \cdot c & -c \cdot s & c \cdot c & c \cdot s \\ -c \cdot s & -s \cdot s & c \cdot s & s \cdot s \end{bmatrix} \end{array} \right.$$

$i := 1 .. n_n \qquad j := x .. y$

Konvert ke vektor, matrik yang memiliki konstrain dan beban

$$Vv_{2 \cdot (i-1)+j} := v_{i,j}$$

$$Fv_{2 \cdot (i-1)+j} := F_{i,j}$$

Global Matrik kekakuan

```
K := | for i ∈ 1..2·n_n
     |   | for j ∈ 1..2·n_n
     |   |   | K_{i,j} ← 0
     | for e ∈ 1..n_e
     |   | i ← T_{e,1}
     |   | j ← T_{e,2}
     |   | K_{2·i−1,2·i−1} ← K_{2·i−1,2·i−1} + k(e)_{1,1}
     |   | K_{2·i−1,2·i} ← K_{2·i−1,2·i} + k(e)_{1,2}
     |   | K_{2·i,2·i−1} ← K_{2·i,2·i−1} + k(e)_{2,1}
     |   | K_{2·i,2·i} ← K_{2·i,2·i} + k(e)_{2,2}
     |   | K_{2·i−1,2·j−1} ← K_{2·i−1,2·j−1} + k(e)_{1,3}
     |   | K_{2·i−1,2·j} ← K_{2·i−1,2·j} + k(e)_{1,4}
     |   | K_{2·i,2·j−1} ← K_{2·i,2·j−1} + k(e)_{2,3}
     |   | K_{2·i,2·j} ← K_{2·i,2·j} + k(e)_{2,4}
     |   | K_{2·j−1,2·i−1} ← K_{2·j−1,2·i−1} + k(e)_{3,1}
     |   | K_{2·j−1,2·i} ← K_{2·j−1,2·i} + k(e)_{3,2}
     |   | K_{2·j,2·i−1} ← K_{2·j,2·i−1} + k(e)_{4,1}
     |   | K_{2·j,2·i} ← K_{2·j,2·i} + k(e)_{4,2}
     |   | K_{2·j−1,2·j−1} ← K_{2·j−1,2·j−1} + k(e)_{3,3}
     |   | K_{2·j−1,2·j} ← K_{2·j−1,2·j} + k(e)_{3,4}
     |   | K_{2·j,2·j−1} ← K_{2·j,2·j−1} + k(e)_{4,3}
     |   | K_{2·j,2·j} ← K_{2·j,2·j} + k(e)_{4,4}
     | K
```

Kemudian

```
Kr := | ii ← 0
      | for i ∈ 1 .. 2·n_n
      |   | if Vv_i = 0
      |   |   | ii ← ii + 1
      |   |   | jj ← 0
      |   |   | for j ∈ 1 .. 2·n_n
      |   |   |   | if Vv_j = 0
      |   |   |   |   | jj ← jj + 1
      |   |   |   |   | Kr_(ii,jj) ← K_(i,j)
      | Kr
```

dan

```
Fvr := | ii ← 0
       | for i ∈ 1 .. 2·n_n
       |   | if Vv_i = 0
       |   |   | ii ← ii + 1
       |   |   | Fvr_ii ← Fv_i
       | Fvr
```

Masukkan persamaan

$R = Kr^{-1}$

$Uvr := \mathrm{lsolve}(Kr, Fvr)$

```
Uv := | ii ← 0
      | for i ∈ 1 .. 2·n_n
      |   | if Vv_i = 0
      |   |   | ii ← ii + 1
      |   |   | Uv_i ← Uvr_ii
      |   | else
      |   |   | Uv_i ← 0·m
      | Uv
```

$U_{i,j} := Uv_{2\cdot(i-1)+j}$

$Fv := K \cdot Uv$ $\qquad F_{i,j} := Fv_{2\cdot(i-1)+j}$

$$u(i) := \begin{bmatrix} U_{T_{i,1},1} \\ U_{T_{i,1},2} \\ U_{T_{i,2},1} \\ U_{T_{i,2},2} \end{bmatrix} \quad \Theta(i) := \left\| \begin{array}{l} c \leftarrow \dfrac{N_{T_{i,2},x} - N_{T_{i,1},x}}{L_i} \\ s \leftarrow \dfrac{N_{T_{i,2},y} - N_{T_{i,1},y}}{L_i} \\ [-c \ \ -s \ \ c \ \ s]^{\mathrm{T}} \end{array} \right.$$

$$i := 1 .. n_e \quad f_i := k_i \cdot u(i) \cdot \Theta(i) \quad f_i := k_i \cdot u(i) \cdot \Theta(i)$$

$$Norm(F) := \left\| \begin{array}{l} F_{max} \leftarrow \max(\max(F), -min(F)) \\ \text{for } i \in 1 .. n_n \\ \quad \text{for } j \in x .. y \\ \quad\quad \text{if } \left|F_{i,j}\right| < F_{max} \cdot 10^{-14} \\ \quad\quad\quad F_{i,j} \leftarrow 0 \cdot N \\ F \end{array} \right.$$

$$F := Norm(F)$$

Kemudian ketik

$$zoom := 30$$

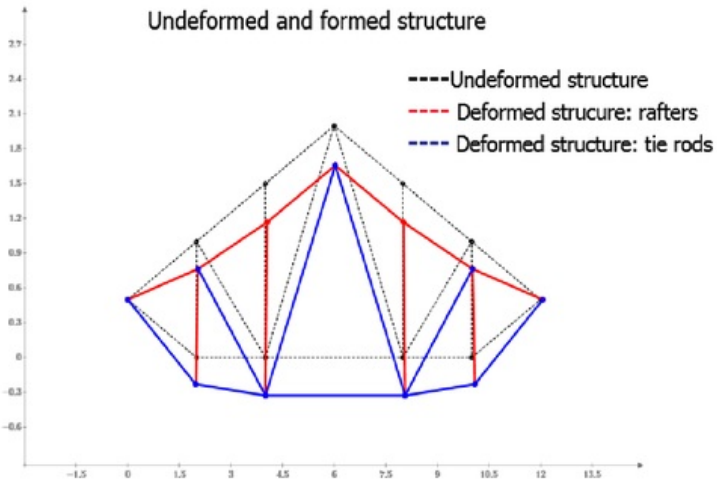
Untuk output

$$Sdeft := \left\| \begin{array}{l} n \leftarrow \text{rows}(T) \\ j \leftarrow 0 \\ \text{for } i \in 1 .. n \\ \quad \text{if } f_i \geq 0 \\ \quad\quad j \leftarrow j + 1 \\ \quad\quad v_{x,j} \leftarrow \left(N_{(T_{i,1}),x} + N_{(T_{i,1}),y} \cdot 1\mathrm{i}\right) + zoom \cdot \left(U_{(T_{i,1}),x} + U_{(T_{i,1}),y} \cdot 1\mathrm{i}\right) \\ \quad\quad v_{y,j} \leftarrow \left(N_{(T_{i,2}),x} + N_{(T_{i,2}),y} \cdot 1\mathrm{i}\right) + zoom \cdot \left(U_{(T_{i,2}),x} + U_{(T_{i,2}),y} \cdot 1\mathrm{i}\right) \\ v \end{array} \right.$$

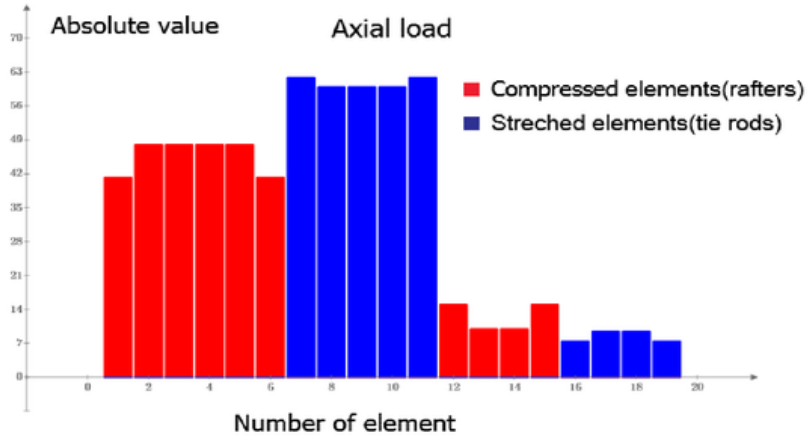
```
Sdefc := | n ← rows(T)
         | j ← 0
         | for i ∈ 1..n
         |   | if f_i < 0
         |   |   | j ← j + 1
         |   |   | v_{x,j} ← (N_{(T_{i,1}),x} + N_{(T_{i,1}),y} · 1i) + zoom · (U_{(T_{i,1}),x} + U_{(T_{i,1}),y} · 1i)
         |   |   | v_{y,j} ← (N_{(T_{i,2}),x} + N_{(T_{i,2}),y} · 1i) + zoom · (U_{(T_{i,2}),x} + U_{(T_{i,2}),y} · 1i)
         | v
```

Kemudian grafik output dengan data

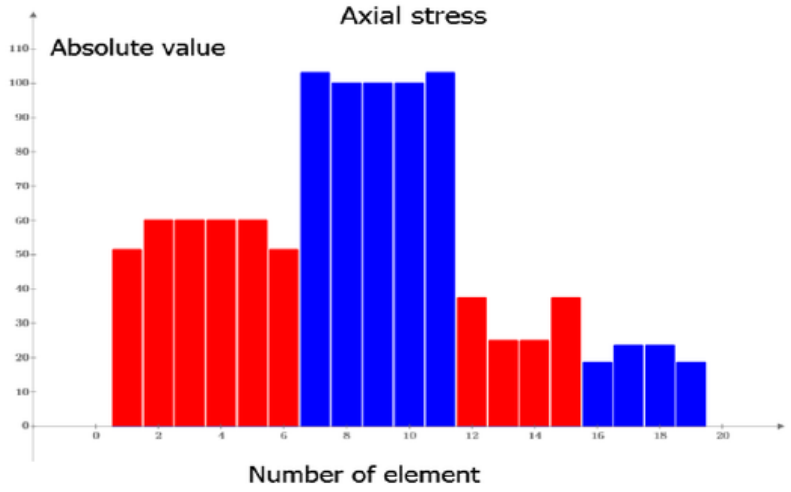
$Sumbu(y)$ (m)	$Sumbu(x)$ (m)
$Im(Sind)$	$Re(Sind)$
$Im(Sdefc)$	$Re(Sdefc)$
$Im(Sdeft)$	$Re(Sdeft)$



$Sumbu(y)$ (N)	$Sumbu(x)$
$\frac{\text{if}(f_i<0,-f_i,0)}{1000}$	i
$\frac{\text{if}(f_i>0,f_i,0)}{1000}$	i



$Sumbu(y)$ $\left(\frac{N}{mm^2}\right)$	$Sumbu(x)$
$\text{if}\left(\sigma_i < 0, -\sigma_i, 0\right)$	i
$\text{if}\left(\sigma_i > 0, \sigma_i, 0\right)$	i



Setelah Klik Kembali Excel komponen dan ketikkan input seperti gambar dibawah

Inputs

$excel_{"B4:C14"} := \frac{N}{cm}$ $excel_{"D4:E14"} := \frac{U}{mm}$ $excel_{"G4:H14"} := \frac{F}{N}$

Noda								
No.	Koordinat		Displacements				Loads	
	x(cm)	y(cm)	U_x [mm]	U_y [mm]	| u | [mm]	F_x [N]	F_y [N]	| F | [N]
1	0	50	0	0	0			0
2	200	100	1.430691	-7.84937	7.978685		-10000	10000
3	400	150	1.625686	-11.1104	11.22869		-10000	10000
4	600	200	1.088217	-11.4415	11.49317		-10000	10000
5	800	150	0.550748	-11.1104	11.12402		-10000	10000
6	1000	100	0.745743	-7.84937	7.884711		-10000	10000
7	1200	50	2.176434	0	2.176434	20000		20000
8	1000	0	3.029964	-7.66733	8.244306			0
9	800	0	2.059091	-10.9283	11.12063			
10	400	0	0.117343	-10.9283	10.92897			
11	200	0	-0.85353	-7.66733	7.714688			

=SQRT(D4^2+E4^2)

=SQRT(G4^2+H4^2)

Outputs

Kemudian pada Output ketik

$$Output_E := \text{augment}\left(T, \frac{L}{cm}, \frac{A}{cm^2}, \frac{f}{N}, \frac{\sigma}{\frac{N}{mm^2}}\right)$$

Klik kembali Excel component dan ketikkan hasil output pada kolom Input seperti gambar di bawah ini.

Inputs

$excel_{"C5:H34"} := Output_E$

Features of the elements							
Num.	First node	Second node	Length [cm]	Area [cm²]	Axial load F [N]	Axial stress σ [N/mm²]	Remarks
1	1	2	206.2	8.00	-41.231	-51.5	Upper boom: Rafter
2	2	3	206.2	8.00	-48.103	-60.1	Upper boom: Rafter
3	3	4	206.2	8.00	-48.103	-60.1	Upper boom: Rafter
4	4	5	206.2	8.00	-48.103	-60.1	Upper boom: Rafter
5	5	6	206.2	8.00	-48.103	-60.1	Upper boom: Rafter
6	6	7	206.2	8.00	-41.231	-51.5	Upper boom: Rafter
7	7	8	206.2	5.00	61.847	103.1	Lower boom: Tie rod
8	8	9	200.0	5.00	60.000	100.0	Lower boom: Tie rod
9	9	10	400.0	5.00	60.000	100.0	Lower boom: Tie rod
10	10	11	200.0	5.00	60.000	100.0	Lower boom: Tie rod
11	11	1	206.2	5.00	61.847	103.1	Lower boom: Tie rod
12	2	11	100.0	4.00	-15.000	-37.5	Upright: Rafter
13	3	10	150.0	4.00	-10.000	-25.0	Upright: Rafter
14	5	9	150.0	4.00	-10.000	-25.0	Upright: Rafter
15	6	8	100.0	4.00	-15.000	-37.5	Upright: Rafter
16	2	10	223.6	4.00	7.454	18.6	Diagonal: Tie rod
17	4	10	282.8	4.00	9.428	23.6	Diagonal: Tie rod
18	4	9	282.8	4.00	9.428	23.6	Diagonal: Tie rod
19	6	9	223.6	4.00	7.454	18.6	Diagonal: Tie rod
max			400.0	8.00	61.847	103.1	
min			100.0	4.00	-48.103	-60.1	

="Upper boom: " & IF(G6<0,"Rafter","Tie rod")

="Lower boom: " & IF(G12<0,"Rafter","Tie rod")

="Upright: " & IF(G17<0,"Rafter","Tie rod")

="Diagonal: " & IF(G21<0,"Rafter","Tie rod")

9.4 Soal latihan

1.

   Tentukan perpindahan dari pegas. Jika

   $k's = 1 \qquad F = 1$

   $x_2 = 1 \qquad x_3 = 2 \qquad x_4 = 3 \qquad x_5 = 4$

2. Sebuah versi dari persamaan Poisson yang terjadi dalam mekanika seperti model berikut untuk defleksi vertikal bar dengan didistribusikan beban P (x):

   $$A_c E \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = P(x)$$

   dimana Ac = luas penampang, modulus E = Young, u = defleksi, dan x= jarak diukur sepanjang panjang bar. Jika bar sudah ditentukan secara pasti (u = 0) pada kedua ujungnya, gunakan Metode Elemen Hingga untuk model defleksi untuk Ac = 0,1 m^2, E = 200 x 10^9 N/m^2, L = 10 m, dan P (x) = 1000, Δx = 2 m

BAB 10

BAB 10. IMPOR DAN EXPORT

10.1 Transfer data dari MS Office ke MathCAD kita memiliki pilihan berikut tersedia:

1) Drag and Drop
2) Copy dan paste, atau
3) Copy dan paste special

10.2 Transfer data dari MathCAD ke Ms Office:

Copy dan paste data ke MS paint kemudian Salin kembali dari MS Paint untuk MS Office (Untuk menjaga data dapat ditampilkan).

DAFTAR PUSTAKA

Ayres, F. 1972, *Theory and Problems of Differential and Integral Calculus (Scaum series),* New york: McGraw-Hill.Inc

Chapra,S dan Canale, R. 2010, *Numerical Method For Engineers,* New York : MCGraw-Hill

Ikbal, dkk.2009, Modul MathCAD, Jakarta : Universitas Pancasila

Luknanto, Djoko. 2010, *Pengantar Optimasi NonLinear, Yogyakarta* : Universitas Gajah Mada

Pintur, David A. 2004, *Finite Element Beginning*, New York: Mathsoft, Engineering & Education, Inc.

Sastry,S.S. 2006, *Introductory Methods of Numerical Analysis,* New Delhi : Prentice Hall of India

Website

ftp://ftp.feq.ufu.br/Luis/Books/E-Books/Engineering/Finite Elements Beginning.PDF

http://authors.library.caltech.edu/25061/1/NumMethChE84.pdf

http://communities.ptc.com/servlet/JiveServlet/download/186860-41379/Febeg.rar.zip

http://communities.ptc.com/servlet/JiveServlet/download/187033-41483/Example%20%20on%20FEM.pdf

http://communities.ptc.com/servlet/JiveServlet/download/3324-2-45743/Loss-h-H2O-eng.xmcd.zip

http://communities.ptc.com/servlet/JiveServlet/download/3576-1-49680/Preventing_

http://communities.ptc.com/servlet/JiveServlet/download/3682-1-51929/Example_

http://communities.ptc.com/servlet/JiveServlet/download/3685-1-51932/fatigue_failure.mcdx.zip

DAFTAR PUSTAKA

http://faculty.tcc.edu/PGordy/MathCAD/Linreg.pdf

http://metalab.uniten.edu.my/~anisa/_private/coeb223/COEB223%20Numec %20Practice%20Problems.pdf

http://users.aber.ac.uk/dpl/ph24010/handouts/examplesheet%204.pdf

http://www.chem.mtu.edu/~tbco/cm3450/Regression.pdf

http://www.engr.colostate.edu/~dga/mech102/handouts/linear_regression_exa mple.pdf

http://www.ohio.edu/people/tc285202/nmethods.pdf

https://apps.google.com/learning-center/products/sheets/get-started

of_Using_Laplace_Transforms_to_Solve_an_ODE.mcdx.zip

System_Failures_with_Reliability_Testing_For_Pump_Systems.mcdx.zip

APPENDIX A

APPENDIKS A

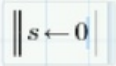
Tutorial Programming MathCAD
Pada Bab ini Penulis menempatkan tutorial ini agar pembaca bisa dan mahir menggunakan Tool Program pada MathCAD Prime

Latihan Menulis Program

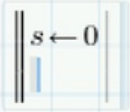
1. Dalam lembar kerja, klik di mana Anda ingin menempatkan program .

2. Pada tab Math, di Operator dan Simbol grup, klik Programming, lalu klik | Program. Sebuah program dengan placeholder kosong muncul .

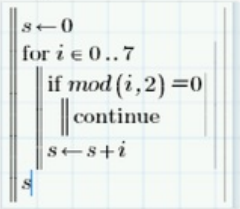
3. Ketik ekspresi matematika dan termasuk operator pemrograman. Di sini, nilai s didefinisikan di dalam program dan oleh karena itu tidak dikenal di luar program .



4. Tekan Enter. Sebuah garis program baru ditambahkan dengan placeholder kosong .



5. Ulangi langkah 3 dan 4 sampai Anda menyelesaikan program Anda. Dua bar di sebelah kiri menunjukkan langkah-langkah pemrograman yang ada di tingkat yang sama. Setiap bar ganda memiliki satu bar yang sesuai di sebelah kanan. Langkah pemrograman terakhir mendefinisikan output Program.



6. Untuk menyisipkan baris program baru di atas continue operator, tempatkan kursor di sebelah kiri terus, dan tekan Enter. Sebuah baris program baru muncul di dalam blok if .

```
s ← 0
for i ∈ 0..7
    if mod(i,2) = 0
        continue
    s ← s + 1
s
```

```
s ← 0
for i ∈ 0..7
    if mod(i,2) = 0

        continue
    s ← s + 1
s
```

7. Untuk menyisipkan baris program baru setelah untuk blok, tempatkan kursor di sebelah kanan bar tunggal yang mendefinisikan untuk blok, dan tekan Enter Sebuah baris program baru muncul di luar untuk blok.

```
s ← 0
for i ∈ 0..7
    if mod(i,2) = 0

        continue
    s ← s + 1
s
```

```
s ← 0
for i ∈ 0..7
    if mod(i,2) = 0

        continue
    s ← s + 1

s
```

Latihan 1 1–1: Membuat Program

1. Untuk memasukkan program baru, pada tab Math, di Operator dan Simbol grup, klik Programming. Daftar operator pemrograman terbuka. Klik | Program. Sebuah struktur program muncul.

2. ketik localX.

```
localX
```

Variabel lokal X didefinisikan hanya dalam program ini. Anda tidak dapat menyebutnya di luar program.

3. Pada tab Math, di Operator dan Simbol grup, klik Programming. Daftar operator pemrograman terbuka. Klik ← Local Assignment dan ketik 5.

   $localX \leftarrow 5$

   Ini adalah operator lokal assignment. Definisi operator ini tidak berlaku dalam program. catatan Anda dapat mendefinisikan sebuah variabel program lokal dengan nama yang sama sebagai variabel pada lembar kerja, tapi PTC Mathcad memperlakukan ini sebagai dua variabel yang berbeda.

4. Untuk mengevaluasi program, tekan =. PTC Mathcad menampilkan evaluasi baris terakhir dari program.

   $localX \leftarrow 5 \;=5$

5. Tempatkan kursor pada akhir ekspresi tugas.

   $localX \leftarrow 5 \;=5$

6. Tekan Enter. Sebuah baris program baru muncul.

   $localX \leftarrow 5 \;=5$

7. Ketik 2 * localX dan tekan F5 untuk menghitung. PTC Mathcad menghitung ulang program.

   $localX \leftarrow 5 \;=10$
   $2 \cdot localX$

   catatan
   Tidak peduli berapa panjang program Anda, hasilnya selalu ditampilkan di bagian kanan atas program.

8. Untuk menetapkan ekspresi terakhir yang dihitung dalam program ini, tandai program untuk variabel seperti yang ditunjukkan di bawah ini.

   $x := \begin{array}{l} localX \leftarrow 5 \\ 2 \cdot localX \end{array} \;=10$

Latihan 1–2: Mendefinisikan fungsi

1. Mendefinisikan sebuah fungsi yang memeriksa apakah suatu bilangan positif:

   $$f(x) := \left\| x > 0 \right.$$

   Setelah Anda mendefinisikan fungsi, Anda dapat menyebutnya dan menggunakannya dengan parameter, seperti nomor dan variabel.

2. Memanggil fungsi dengan nilai-nilai yang berbeda dan memverifikasi bahwa ia mengembalikan 1 untuk bilangan positif dan 0 untuk nomor nonpositive seperti yang ditunjukkan di bawah ini.

   $$f(5) = 1$$
   $$f(-5) = 0$$

3. Mendefinisikan sebuah fungsi yang menghitung faktor persekutuan terbesar dan selisih dua angka:

   $$f(x, y) := \left\| \begin{array}{l} a \leftarrow \gcd(x, y) \\ b \leftarrow |x - y| \\ [a \;\; b] \end{array} \right.$$

   catatan
   Anda dapat menggunakan semua PTC Mathcad fungsi built-in di dalam program.

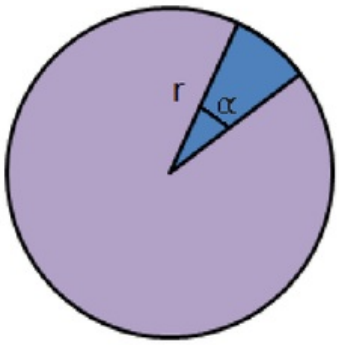
4. Periksa nilai f (57,48).

   $$f(57, 48) = [3 \;\; 9]$$

   Fungsi output vektor dua elemen. Nomor pertama adalah faktor persekutuan terbesar dari dua angka masukan dan angka kedua adalah selisih antara mereka.

APPENDIX A

Latihan 1–3: Menggunakan operator
Menggunakan Operator dan Unit
Gunakan PTC Mathcad built-in operator untuk menghitung luas sektor lingkaran seperti gambar di bawah.



1. Buat program baru dan definisikan variabel r lokal menjadi 1 meter.

   $r \leftarrow 1\ m$

   catatan
   PTC Mathcad mengidentifikasi huruf m sebagai satu unit.

2. Definisikan sudut α sebagai 23 derajat.

   $r \leftarrow 1\ m$
   $\alpha \leftarrow 23\ deg$

3. Masukkan operator integral tertentu.

   $r \leftarrow 1\ m$
   $\alpha \leftarrow 23\ deg$
   $\int \square\, d\square$

4. Tambah Nilai yang diperlukan dalam daerah integral dan kalikan Intergral dengan 1/2 seperti yang ditunjukkan di bawah ini.

$$\left\| \begin{array}{l} r \leftarrow 1\ m \\ \alpha \leftarrow 23\ deg \\ \frac{1}{2}\int_0^{\alpha} r^2\, d\theta \end{array} \right\|$$

5. Mengevaluasi program untuk mendapatkan area sektor.

$$\left\| \begin{array}{l} r \leftarrow 1\ m \\ \alpha \leftarrow 23\ deg \\ \frac{1}{2}\int_0^{\alpha} r^2\, d\theta \end{array} \right\| = 0.201\ m^2$$

Menggunakan PTC Mathcad Built-In Fungsi dan Matriks.

1. Buat program baru dan menetapkan dua vektor seperti yang ditunjukkan di bawah ini.

$$x := \left\| \begin{array}{l} m1 \leftarrow \begin{bmatrix} 4 & 11 \\ 5 & 8 \end{bmatrix} \\ m2 \leftarrow \begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 12 & 7 \end{bmatrix} \end{array} \right\|$$

2. Pada tab Fungsi, dalam daftar Statistik, klik berarti. Fungsi ini ditambah pada daerah kosong.

$$x := \left\| \begin{array}{l} m1 \leftarrow \begin{bmatrix} 4 & 11 \\ 5 & 8 \end{bmatrix} \\ m2 \leftarrow \begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 12 & 7 \end{bmatrix} \\ \text{mean}(\ ,\ ,\ ,\ ) \end{array} \right\|$$

3. Hitung rata-rata unsur m1 dan m2 dan hapus daerah sisa.

$$x := \left\| \begin{array}{l} m1 \leftarrow \begin{bmatrix} 4 & 11 \\ 5 & 8 \end{bmatrix} \\ m2 \leftarrow \begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 12 & 7 \end{bmatrix} \\ \text{mean}(m1, m2) \end{array} \right. = 7$$

Latihan

Sebelum Anda melanjutkan ke latihan berikutnya, definisikan f fungsi yang menerima vektor v. Fungsi f adalah program yang menggunakan PTC Mathcad fungsi built-in. Ia mengembalikan vektor tiga elemen yang mengandung panjang vektor, elemen maksimal dalam vektor v, dan median vektor v.

Latihan 2–1: Menulis If Statements

Tulis reverse fungsi yang mengubah nilai argumen dari BLACK ke WHITE dan sebaliknya.

1. Membuat fungsi reverse baru yang menerima var variabel.

   $reverse(var) := \|$

2. Untuk menambahkan pernyataan if, pada tab Matematika, di Operator dan Simbol grup, klik Programming. Daftar operator pemrograman terbuka. klik if.

   if

   Catatan

   Anda dapat mengetik nama operator pemrograman, seperti "if", lalu tekan Ctrl + J untuk mengubah nama untuk operator pemrograman dengan semua daerahnya nya.

3. Kondisi bahwa jika nilai var BLACK, fungsi mengembalikan nilai WHITE seperti yang ditunjukkan di bawah ini. Untuk menambahkan operator Boolean yang sama untuk perbandingan, pada tab Matematika, di Operator dan Simbol grup, klik operator. Daftar operator terbuka. Klik = Equal To.

```
reverse(var) := | if var = "BLACK"
                |   "WHITE"
```

4. Untuk menambahkan if pernyataan lain, posisi kursor seperti yang ditunjukkan di bawah ini dan tekan Enter.

```
reverse(var) := | if var = "BLACK"
                |   "WHITE"
```

Jika kursor diposisikan tepat setelah "WHITE" dan Anda menekan Enter, PTC Mathcad menambahkan baris di dalam blok if.

5. Spesifikasi kasus yang berlawanan seperti yang ditunjukkan di bawah ini.

```
reverse(var) := | if var = "BLACK"
                |   "WHITE"
                | if var = "WHITE"
                |   "BLACK"
```

catatan
PTC Mathcad mendukung pernyataan if bersarang.

6. Panggil kembali dan ubah nilai dari variabel myVar seperti yang ditunjukkan di bawah ini.

```
myVar := "BLACK"
myVar := reverse(myVar)
myVar = "WHITE"
```

Latihan 2–2: Menulis If-Else If Statements.
Gunakan elseif atau pernyataan else untuk mengevaluasi ekspresi berdasarkan apakah tertentu jika pernyataan mengevaluasi sebagai benar atau salah.

APPENDIX A

1. Untuk memodifikasi kedua pernyataan dalam fungsi dibuat dalam Tugas 2-1 untuk else if, pilih yang kedua jika operator pemrograman dan pada tab Math, di Operator dan Simbol grup, klik Programming, dan kemudian klik else if.

```
reverse(var) := | if var = "BLACK"
                |   "WHITE"
                | else if var = "WHITE"
                |   "BLACK"
```

   catatan
   else if operator hanya tersedia secara langsung setelah if atau yang else if pernyataan.

2. Untuk menambahkan pernyataan else, yang mencakup semua pilihan lain, posisi kursor seperti gambar dibawah.

```
reverse(var) := | if var = "BLACK"
                |   "WHITE"
                | else if var = "WHITE"
                |   "BLACK"
```

3. Untuk menambahkan pernyataan else yang kosong, pada tab Math, di Operator dan Simbol grup, klik Programming, dan kemudian klik else.

```
reverse(var) := | if var = "BLACK"
                |   "WHITE"
                | else if var = "WHITE"
                |   "BLACK"
                | else
                |   |
```

4. ketik "RAINBOW".

```
reverse(var) := | if var = "BLACK"
                |   "WHITE"
                | else if var = "WHITE"
                |   "BLACK"
                | else
                |   "RAINBOW"
```

5. Panggil kembali untuk mendapatkan 5.

$$reverse(5) = \text{“}RAINBOW\text{”}$$

Latihan

1. Sebelum Anda pindah ke latihan berikutnya, menulis f fungsi yang menerima parameter x dan melakukan tugas-tugas berikut, juga gunakan if:
   - Jika x adalah string, akan menetapkan 1 ke variabel lokal y. Gunakan fungsi IsString. Jika panjang x lebih besar dari 5, akan menetapkan 2 ke y. Gunakan fungsi strlen.
   - Jika tidak, akan menetapkan 3 ke y.

   catatan

   Anda dapat menyisipkan pernyataan alsoif setelah pernyataan if atau pernyataan alsoif. Ketika pernyataan if itu benar, semua juga pernyataan if dievaluasi. Untuk menambahkan pernyataan also if, posisi kursor pada akhir baris terakhir jika blok (seperti gambar dibawah) dan pada tab Math, di Operator dan Simbol grup, klik Programming. Daftar operator pemrograman terbuka. Klik also if.

   ```
   if x<0
     -x
   ```

2. Tentukan fungsi berikut di lembar kerja Anda:

   $$f(x) := x^2 - 1$$

   Menulis fungsi h yang menerima parameter x dan berperilaku seperti yang dijelaskan di bawah ini. Fungsi h adalah program yang berisi fungsi piecewise. Jika nilai x adalah dari -1 sampai 1, nilai h (x) adalah f (x), definisikan sebelumnya dalam lembar kerja Anda. Jika tidak, nilai h (x) adalah f (x) dikalikan dengan -1. Tambahkan plot XY untuk memvisualisasikan fungsi.

APPENDIX A

Latihan 3–1: Menulis For Loops

Gunakan for loop untuk memodifikasi beberapa elemen dalam vektor menggunakan ekspresi tunggal.

1. Tentukan fungsi f yang menerima sebuah variabel vec dan buat program baru.

2. Untuk menentukan daerah kosong untuk loop, pada tab Math, di Operator dan Simbol grup, klik Programming, dan kemudian klik for.

$$f(vec) := \left\| \begin{array}{l} \text{for } \; \in \; \\ \quad \| \end{array} \right.$$

catatan

Anda tidak dapat mengubah operator ∈ (milik). Operator ini adalah bagian dari sintaks pernyataan.

3. Tentukan i iterator dan rentang nilai (0..2) seperti yang ditunjukkan di bawah ini.

$$f(vec) := \left\| \begin{array}{l} \text{for } i \in 0..2 \\ \quad \| \end{array} \right.$$

Catatan

- catatan • Kisaran nilai juga bisa menjadi nilai tunggal, vektor, atau matriks menentukan rentang nilai. • Secara default vektor atau matriks di PTC Mathcad adalah 0..
- Secara default vektor atau matriks di PTC Mathcad adalah 0.

4. Tetapkan nol untuk tiga unsur pertama dari vektor seperti yang ditunjukkan di bawah ini.

$$f(vec) := \left\| \begin{array}{l} \text{for } i \in 0..2 \\ \quad \| \; vec_i \leftarrow 0 \\ vec \end{array} \right.$$

5. Hitung hasil f untuk vektor di bawah ini..

$$f\left(\begin{bmatrix}7\\7\\7\\7\end{bmatrix}\right)=\begin{bmatrix}0\\0\\0\\7\end{bmatrix}$$

Latihan 3–2: Menulis While Loops

Menulis Fungsi Dasar While

Tulis sigma fungsi yang merangkum semua angka dari 0 sampai n.

1. Tentukan sigma fungsi yang menerima variabel n dan buat program baru.

   $sigma(n) := \|$

2. Untuk menambahkan while loop yang kosong , pada tab Math, di Operator dan Simbol grup, klik Programming, dan kemudian klik While.

   $sigma(n) := \|$ **while**

3. Tentukan bahwa While loop harus continue selama n> 0 dan harus berkurang n oleh 1 dalam loop.

   $sigma(n) := \|$ **while** $n > 0$
   $\quad n \leftarrow n - 1$

   Catatan

   Tidak seperti untuk loop, Anda harus menaikkan atau menurunkan iterator While.

4. Untuk menambah nilai iterator saat ini dalam jumlah, ketik baris berikut seperti yang ditunjukkan di bawah ini, tepat setelah pernyataan While.

   $sigma(n) := \|$ **while** $n > 0$
   $\quad sum \leftarrow sum + n$
   $\quad n \leftarrow n - 1$

5. Mengembalikan nilai sum.

$$sigma(n) := \left\| \begin{array}{l} \text{while } n > 0 \\ \quad \left\| \begin{array}{l} sum \leftarrow sum + n \\ n \leftarrow n - 1 \end{array} \right. \\ sum \end{array} \right.$$

catatan
Update iterator terakhir; jika tidak, Anda kehilangan penambahan iterasi pertama.

6. Menghitung nilai sigma untuk 5.

$$sigma(5) = 15$$

Seperti yang diharapkan, program ini setara dengan jumlah berikut:

$$\sum_{i=1}^{5} i = 15$$

Menambahkan Statement lanjutan
Tambahkan Statemen lanjutan untuk menjaga loop berjalan namun untuk melewatkan iterasi tertentu
Menulis fungsi yang merangkum semua angka dari 0 sampai n, kecuali untuk nomor yang dapat dibagi oleh 17.

1. Salin fungsi di atas dan namakan ke sigma_not17.

$$sigma_not17(n) := \left\| \begin{array}{l} \text{while } n > 0 \\ \quad \left\| \begin{array}{l} sum \leftarrow sum + n \\ n \leftarrow n - 1 \end{array} \right. \\ sum \end{array} \right.$$

2. Di dalam while loop, tambahkan baris baru di bawah pernyataan While.

$$sigma_not17(n) := \left\| \begin{array}{l} \text{while } n > 0 \\ \quad \left\| \begin{array}{l} \\ sum \leftarrow sum + n \\ n \leftarrow n - 1 \end{array} \right. \\ sum \end{array} \right.$$

3. Tambahkan if pernyataan dan ketik ekspresi bawah.

```
sigma_not17(n) := | while n > 0
                  |   | if mod(n, 17) = 0
                  |   |   |
                  |   | sum ← sum + n
                  |   | n ← n − 1
                  | sum
```

4. Untuk menghindari perulangan tak berujung, penurunan n oleh 1.

5. Untuk menambahkan pernyataan continue, pada tab Math, di Operator dan Simbol grup, klik Programming, lalu klik continue.

```
sigma_not17(n) := | while n > 0
                  |   | if mod(n, 17) = 0
                  |   |   | n ← n − 1
                  |   |   | continue
                  |   | sum ← sum + n
                  |   | n ← n − 1
                  | sum
```

6. Hitung nilai sigma_not17 untuk 16 dan 17.

$$sigma_not17(16) = 136$$

$$sigma_not17(17) = 136$$

Menambahkan Statement Break

Tulis sebuah program yang merangkum semua nomor dan keluar loop ketika counter lebih besar dari 20.

1. Mendefinisikan sebuah variabel sum dan buat program baru.

```
sum := |
```

2. Untuk menambahkan while loop yang kosong , pada tab Math, di Operator dan Simbol grup, klik Programming, dan kemudian klik While.

```
sum := | while ( )
       |   |
```

3. Tentukan bahwa loop While harus berjalan selamanya.

```
sum := | while (1)
       |   |
```

catatan
Sebuah loop while berjalan selama nilai ekspresi dalam kurung tidak 0.

4. Inisialisasi sum dan i.

```
sum := | sum ← 0
       | i ← 0
       | while (1)
       |   |
```

5. Tambahkan nilai iterator i untuk variabel jumlah dan kenaikan i dengan 1 dalam loop.

```
sum := | sum ← 0
       | i ← 0
       | while (1)
       |   | sum ← sum + i
       |   | i ← i + 1
```

6. Mengembalikan nilai jumlah.

```
sum := | sum ← 0
       | i ← 0
       | while (1)
       |   | sum ← sum + i
       |   | i ← i + 1
       | sum
```

catatan
Saat ini loop tak terbatas.

7. Untuk break loop, ketik jika i> 20 dan tambahkan pernyataan Break. Untuk menambahkan pernyataan break, pada tab Math, di Operator dan Simbol grup, klik Programming, dan kemudian klik Break.

```
sum := | sum ← 0
       | i ← 0
       | while (1)
       |   | if (i > 20)
       |   |   | break
       |   | sum ← sum + i
       |   | i ← i + 1
       | sum
```

8. Hitung sum.

   $sum = 210$

9. Untuk Break loop dan keluar dari program, pilih pernyataan Breakt dan pada tab Math, di Operator dan Simbol grup, klik Programming, dan kemudian klik return, untuk memodifikasi pernyataan return. Ketik sum di placeholder seperti yang ditunjukkan di bawah ini.

```
sum := | sum ← 0
       | i ← 0
       | while (1)
       |   | if (i > 20)
       |   |   | return sum
       |   | sum ← sum + i
       |   | i ← i + 1
       | sum
```

catatan

Gunakan return untuk segera keluar dari program.

Latihan

Sebelum Anda pindah ke tugas berikutnya, tulis function fact(n) yang mengimplementasikan fungsi faktorial menggunakan loop while. Tentukan loop untuk berjalan selama n lebih besar dari 1. Di dalam loop, beberapa n oleh produk variabel (menyimpan hasil faktorial) dan pengurangan n oleh 1.

catatan Di PTC Mathcad, variabel program ditetapkan untuk 0 secara default. Pada awal program, Anda harus menetapkan 1 produk. Jika tidak, program ini akan menghasilkan 0 untuk semua argumen.

Latihan 3–3: Menulis Try-On-Error Statements

Gunakan try-on-error untuk menentukan apa yang harus dilakukan jika terjadi error saat program dilakukan. Misalnya, membagi nomor dengan 0 adalah error.

1. Tentukan fungsi f (x) dan buat program baru.

   $f(x) :=$

2. Untuk menambahkan blok try, pada tab Math, di Operator dan Simbol grup, klik Programming, lalu klik try.

   $f(x) :=$ try

   on error

   catatan

   Bila Anda menambahkan blok try, PTC Mathcad menambahkan blok on-error.

3. Type 1/2–x.

   $f(x) :=$ try $\frac{1}{2-x}$

   on error

   Try blok fungsi PTC Mathcad melakukan ketika tidak terjadi error. Hal ini dapat berisi beberapa ekspresi.

4. Tempatkan kursor di dalam di blok error, dan pada Math tab, di Operator dan Simbol grup, klik Constants. Pilih tanda infinity (∞).

$$f(x) := \left\| \begin{array}{l} \text{try} \\ \quad \left\| \dfrac{1}{2-x} \right. \\ \text{on error} \\ \quad \left\| \infty \right. \end{array} \right.$$

5. Menghitung nilai f (x) untuk berbagai nilai seperti yang ditunjukkan di bawah ini.

$$f(2) = 1 \cdot 10^{307}$$
$$f(1) = 1$$
$$f(-2) = 0.25$$

Selamat! Anda telah menyelesaikan Tutorial pemrograman

Contoh soal 1

Contoh: Looping dan Control

1. Gunakan for loop untuk mengulangi perhitungan untuk berbagai nilai-nilai tertentu:

$$my_sum(a) := \left\| \begin{array}{l} b \leftarrow a \\ \text{for } i \in 0..3 \\ \quad \left\| b \leftarrow b + i \right. \\ b \end{array} \right.$$

Note

b didefinisikan secara lokal, itu tidak diketahui di luar program.

2. Gunakan program untuk mengevaluasi jumlah ketika a = 5

$$a := 5$$

$$my_sum(5) = 11$$

catatan

Program ini melakukan operasi yang sama sebagai operator penjumlahan:

$$\sum_{i=0}^{3} i + a = 11$$

3. Menggunakan while loop untuk mengulang perhitungan sampai kondisi dilanggar. Program di bawah ini menemukan akar kuadrat dari bilangan real positif, mengakhiri ketika perkiraan akar kuadrat kurang dari jumlah ambang batas yang berbeda dari nilai target.

$$sqrt(a, \varepsilon) := \left\| \begin{array}{l} estsqrt \leftarrow 1 \\ \text{while } \left| estsqrt^2 - a \right| \geq \varepsilon \\ \quad \left\| estsqrt \leftarrow \frac{1}{2} \cdot \left(estsqrt + \frac{a}{estsqrt} \right) \right. \end{array} \right.$$

$$sqrt(37, 0.00005) = 6.0827625375852$$

4. Gunakan continue operator dalam sebuah program yang menambahkan hanya bilangan bulat ganjil antara 0 dan n dengan melompati yang bahkan menggunakan melanjutkan. Continue Operator berhenti eksekusi dari iterasi saat ini dan restart pada bagian atas dari penutupan loop terdekat untuk iterasi berikutnya.

$$addOdd(n) := \left\| \begin{array}{l} s \leftarrow 0 \\ \text{for } k \in 0..n \\ \quad \left\| \begin{array}{l} \text{if } mod(k, 2) = 0 \\ \quad \left\| \text{continue} \right. \\ s \leftarrow s + k \end{array} \right. \\ s \end{array} \right.$$

$$addOdd(10) = 25$$

Sebagai perbandingan, operator penjumlahan mencakup semua bilangan bulat non-negatif:

$$\sum_{j=0}^{10} j = 55$$

5. Gunakan operator Break untuk keluar dari while atau for loop sebelum waktunya. Program di bawah ini memurnikan perkiraan akar kuadrat sampai lebih baik daripada ε, atau sampai mencapai jumlah maksimum iterasi.

$$sqroot(a, \varepsilon, maxiter) := \left\| \begin{array}{l} estsqrt \leftarrow 1 \\ \text{for } i \in 0..maxiter \\ \quad \left\| \begin{array}{l} estsqrt \leftarrow \frac{1}{2} \cdot \left(estsqrt + \frac{a}{estsqrt} \right) \\ \text{if } \left| estsqrt^2 - a \right| < \varepsilon \\ \quad \left\| \begin{array}{l} maxiter \leftarrow i \\ \text{break} \end{array} \right. \end{array} \right. \\ \begin{bmatrix} estsqrt \\ maxiter \end{bmatrix} \end{array} \right.$$

$$sqroot(3057, 0.000001, 100) = \begin{bmatrix} 55.2901437871163 \\ 9 \end{bmatrix}$$

6. Gunakan loop dalam program rekursif. Program di bawah ini menghitung faktorial dari angka:

$$Fac(n) := \left\| \begin{array}{l} f \leftarrow 1 \\ \text{while } n \leftarrow n - 1 \\ \quad \left\| f \leftarrow f \cdot (n+1) \right. \\ f \end{array} \right.$$

$$Fac(6) = 720$$

7. Bandingkan hasil ini dengan operator faktorial built-in:

$$6! = 720$$

Contoh soal 2

Example: Mencari Local Min/Max dari Vectors

1. Menulis sebuah program, menggunakan kombinasi pernyataan bersyarat dan loop, untuk menemukan minimum lokal set data:

$$
\begin{array}{l}
locmin(v) := \left\| \begin{array}{l}
j \leftarrow 0 \\
\text{if } v_0 \le v_1 \\
\quad \left\| \begin{array}{l} m_j \leftarrow \begin{bmatrix} 0 \\ v_0 \end{bmatrix} \\ j \leftarrow j+1 \end{array} \right. \\
n \leftarrow rows(v) - 1 \\
\text{for } k \in 1..n-1 \\
\quad \left\| \begin{array}{l} \text{if } \left(v_{k-1} \ge v_k\right) \wedge \left(v_k \le v_{k+1}\right) \\ \quad \left\| \begin{array}{l} m_j \leftarrow \begin{bmatrix} k \\ v_k \end{bmatrix} \\ j \leftarrow j+1 \end{array} \right. \end{array} \right. \\
\text{if } v_{n-1} \ge v_n \\
\quad \left\| \begin{array}{l} m_j \leftarrow \begin{bmatrix} n \\ v_n \end{bmatrix} \end{array} \right. \\
m
\end{array} \right.
\end{array}
$$

Fungsi locmin men-scan masukan vektor v dan membandingkan setiap elemen dengan dua tetangganya. Jika elemen k lebih kecil dari elemen sebelum dan elemen berikut ini, maka itu adalah minimum lokal serta nilai dan indeks ditambahkan output vektor m.

2. Memanfaatkan program di atas untuk menulis program kedua untuk menemukan maksimal dari kumpulan data yang sama:

$$
\begin{array}{l}
locmax(v) := \left\| \begin{array}{l}
m \leftarrow locmin(-v) \\
\text{for } j \in 0..rows(m) - 1 \\
\quad \left\| \begin{array}{l} M_j \leftarrow \begin{bmatrix} \left(m_j\right)_0 \\ -\left(m_j\right)_1 \end{bmatrix} \end{array} \right. \\
M
\end{array} \right.
\end{array}
$$

Fungsi locmax menggunakan hasil yang diterima dari memanggil locmin dengan v. Minimal lokal v adalah bayangan cermin dari maksimum lokal di indeks yang sama. Oleh karena itu, setiap nilai minimum lokal dikalikan dengan -1. Pasangan indeks nilai disimpan sebagai satu elemen dalam output vektor M.

3. Definisikan fungsi f yang menggunakan built-in fungsi dbinom yang mengembalikan kepadatan probabilitas untuk nilai k:

$n := 10$

$N := 30$

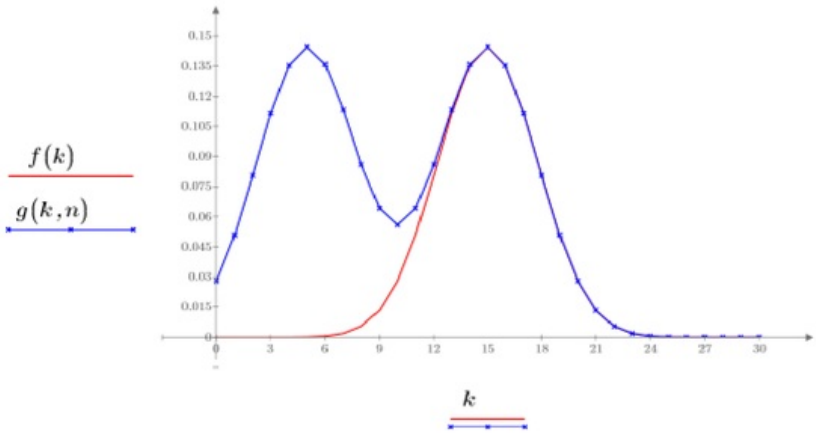
$q := 0.5$

$k := 0 .. 30$

$f(k) := dbinom(k, 30, q)$

$g(k, n) := f(k) + f(n + k)$

4. Plot dari dua fungsi diatas:



5. Simpan unsur g (k, n) ke dalam sebuah array sehingga dapat diteruskan ke program yang Anda tetapkan:

$u_k := g(k, n)$

6. Gunakan built-in lenght fungsi untuk melihat berapa banyak locmin dan poin locmax ditemukan oleh program Anda:

$length(locmin(u)) = 3$

$length(locmax(u)) = 2$

7. Gunakan program Anda untuk menemukan tiga poin minimum lokal untuk fungsi:

$$locmin(u)_0 = \begin{bmatrix} 0.000 \\ 0.028 \end{bmatrix}$$

$$\left(locmin(u)_0\right)_0 = 0$$

$$\left(locmin(u)_0\right)_1 = 0.028$$

$$locmin(u)_1 = \begin{bmatrix} 10.000 \\ 0.056 \end{bmatrix}$$

$$\left(locmin(u)_1\right)_0 = 10$$

$$\left(locmin(u)_1\right)_1 = 0.056$$

$$locmin(u)_2 = \begin{bmatrix} 30.000 \\ 9.313 \cdot 10^{-10} \end{bmatrix}$$

$$\left(locmin(u)_2\right)_0 = 30$$

$$\left(locmin(u)_2\right)_1 = 9.313 \cdot 10^{-10}$$

8. Gunakan program Anda untuk menemukan dua titik maksimum lokal untuk fungsi:

$$locmax(u)_0 = \begin{bmatrix} 5.000 \\ 0.145 \end{bmatrix}$$

$$\left(locmax(u)_0\right)_0 = 5$$

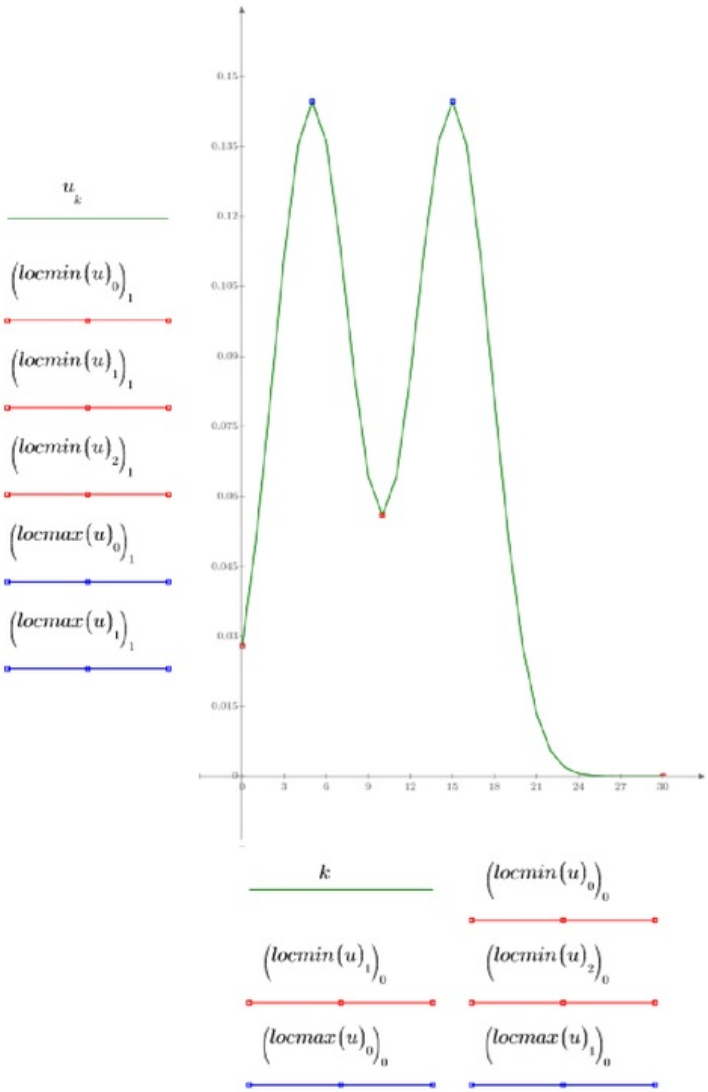
$$\left(locmax(u)_0\right)_1 = 0.145$$

$$locmax(u)_1 = \begin{bmatrix} 15.000 \\ 0.145 \end{bmatrix}$$

$$\left(locmax(u)_1\right)_0 = 15$$

$$\left(locmax(u)_1\right)_1 = 0.145$$

9. Plot fungsi dan menunjukkan tiga yang minimum lokal dan dua titik maksimum lokal:



10. Bandingkan hasil yang diperoleh dengan menggunakan program Anda dengan yang diperoleh dengan menggunakan built-in fungsi localmin dan localmax (yang membutuhkan sebagai masukan matriks NX2):
    a. Build the nx2 input matrix:

$$C0_k := k$$

$$C1_k := u_k$$

$$A := augment(C0, C1)$$

    b. Gunakan fungsi built-in untuk mendapatkan minimum dan maksimum poin lokal:

$$localmin(A) = \begin{bmatrix} 0 & 0.028 \\ 10 & 0.056 \\ 30 & 9.313 \cdot 10^{-10} \end{bmatrix}$$

$$localmax(A) = \begin{bmatrix} 5 & 0.145 \\ 15 & 0.145 \end{bmatrix}$$

    Hasil setuju.

catatan

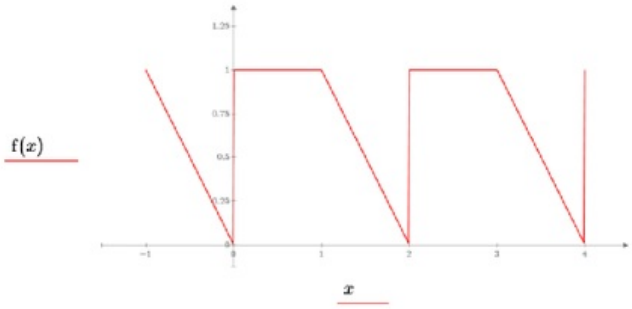
Selalu periksa ketersediaan fungsi built-in sebelum menulis program baru.

Contoh soal 3 : : Fourier Polynomial

1. Menulis sebuah program yang menghasilkan fungsi periodik:

```
f(x) := | if (0≤x)∧(x≤1)
        |   | 1
        | else if (−1≤x)∧(x≤0)
        |   | −x
        | else if x>1
        |   | f(x−2)
```

2. Plot fungsi:



3. Masukkan titik akhir yang positif dari interval periodik:

   $L := 1$

4. Spesifik pendekatan Deret Fourier:

   $Nt := 5$

5. Tulis program untuk menghitung koefisien Fourier:

$$FC(f,N,L) := \left\| \begin{array}{l} Z^{(0)} \leftarrow \left[\begin{array}{c} \left(\frac{1}{2 \cdot L} \cdot \int_{-L}^{L} f(x)\,dx \right) \\ 0 \end{array} \right] \\ \text{for } n \in 1..N \\ \quad \left\| \begin{array}{l} Z_{n,0} \leftarrow \frac{1}{L} \cdot \int_{-L}^{L} f(x) \cdot \cos\left(\frac{n \cdot \pi \cdot x}{L} \right) dx \\ Z_{n,1} \leftarrow \frac{1}{L} \cdot \int_{-L}^{L} f(x) \cdot \sin\left(\frac{n \cdot \pi \cdot x}{L} \right) dx \end{array} \right. \\ Z \end{array} \right.$$

6. Hitunglah koefisien Fourier:

   $res := FC(f, Nt, L)$

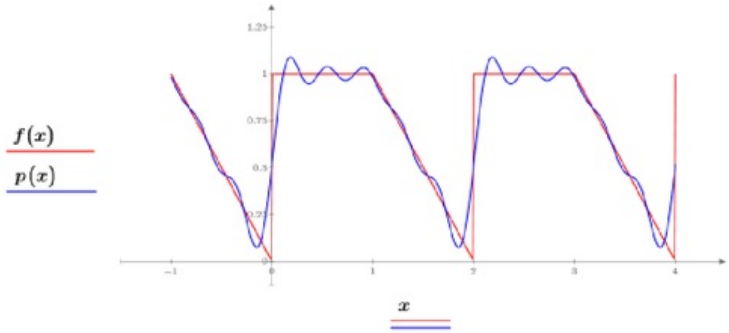
   $A := res^{(0)}$

   $B := res^{(1)}$

7. Hitunglah N Fourier Polinomial:

$$p(x) := A_0 + \sum_{n=1}^{Nt} \left(A_n \cdot \cos\left(\frac{n \cdot \pi \cdot x}{L} \right) + B_n \cdot \sin\left(\frac{n \cdot \pi \cdot x}{L} \right) \right)$$

8. Plot polinomial Fourier dan fungsi asli:



P1 perkiraan f buruk di sekitar titik frekuensi tinggi (tepi yang tajam).

9. Hitunglah koefisien Fourier:

$Nt2 := 20$

$res := FC(\mathrm{f}, Nt2, L)$

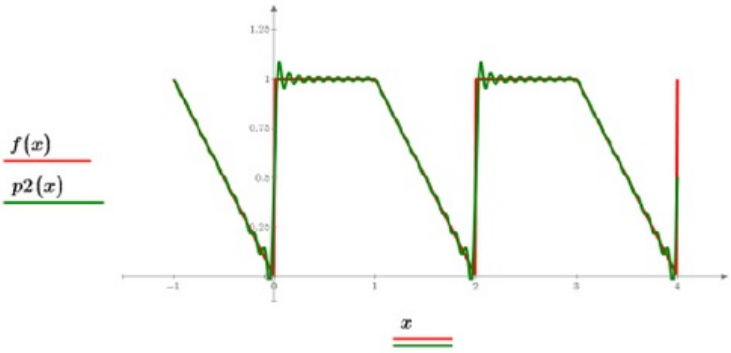
$A := res^{\langle 0 \rangle}$

$B := res^{\langle 1 \rangle}$

10. Hitunglah N Fourier Polinomial:

$$p2(x) := A_0 + \sum_{n=1}^{Nt2} \left(A_n \cdot \cos\left(\frac{n \cdot \pi \cdot x}{L}\right) + B_n \cdot \sin\left(\frac{n \cdot \pi \cdot x}{L}\right) \right)$$

11. Plot polinomial Fourier dan fungsi asli:



P2, yang menggunakan Nt = 20, memberikan pendekatan yang jauh lebih baik dari fungsi asli terutama di sekitar titik frekuensi tinggi (tepi yang tajam).

Contoh soal 4

contoh: Perbandingan Boolean yang ketat

Mengatur opsi Perkiraan Persamaan untuk mengontrol tingkat akurasi yang digunakan dalam perbandingan boolean dan fungsi pemotongan.

1. Define a function.

   $y(t) := 1000\ t^3 - 10\ t + 2$

2. Menulis sebuah program yang mengimplementasikan metode Newton dan membandingkannya dengan hasil dari built-in fungsi akar.

   Catatan

   Fungsi akar tergantung pada TOL, tetapi tidak menanggapi TOL yang lebih besar dari 10-5.

   $TOL1 := 10^{-3}$

   $TOL2 := 10^{-9}$

   $\mathrm{TOL} := TOL1$

   Catatan

   Pastikan bahwa TOL memiliki label Sistem.

```
Newt(func, guess, iter) := | t_0 ← guess
                           | check ← root(func(guess), guess)
                           | for n ∈ 1..iter
                           |   | prev ← t_(n-1)
                           |   | t_n ← t_(n-1) - y(prev) / (d/dprev func(prev))
                           |   | if t_n = check
                           |   |   | break
                           | return [check; t_n; n]
```

3. Pastikan bahwa tidak ada pilihan perhitungan di bawah tab Calculation, group Worksheet Settings, Calculation Options dipilih, kemudian panggil Newt dan pass ke nama fungsi, Guess Value dan jumlah maksimum iterasi.

   $guess := 2$

   $iter := 50$

$$Newt(y, guess, iter) = \begin{bmatrix} -0.152137970680456 \\ -0.152137970680457 \\ 50 \end{bmatrix}$$

Menggunakan nilai default TOL (TOL: = TOL1), Newt diperbolehkan untuk melakukan 50 iterasi dan menjalankan semua dari mereka untuk mencapai yang terbaik hasil perkiraan di bawah evaluasi yang ketat.

Catatan

Ketika opsi Perkiraan Equality dinonaktifkan, angka antara -10-307 dan + 10-307 dianggap 0, dan perbandingan dievaluasi secara ketat, dengan menggunakan nomor diri untuk representasi presisi titik ganda floating mereka.

4. Lanjutkan ke langkah 2 dan mengatur TOL ke TOL2. Newt mencapai hasil yang tepat dalam 20 iterasi.

5. Lanjutkan ke langkah 2 dan mengatur TOL kembali ke TOL1.

6. Pada tab Calculation, dalam kelompok Worksheet Settings, klik Calculation Options lalu pilih Equality Perkiraan.

   Nilai yang dikembalikan oleh metode Newton perubahan dari -0,152137970680457 ke -0,152137970680580 dan ini tercapai dalam 19 iterasi.

   Note

   Ketika opsi Perkiraan Equality aktif, nilai absolut dari selisih antara dua angka dibagi dengan rata-rata mereka harus kurang dari 10-12 bagi mereka untuk dianggap sama.

7. Pastikan bahwa nilai-nilai dikembalikan lulus uji persamaan:

$$diff1 := \left|(-0.152137970680456) - (-0.152137970680580)\right|$$

$$ave1 := \left|\frac{(-0.152137970680456) + (-0.152137970680580)}{2}\right|$$

$$test1 := \frac{diff1}{ave1} = 8.149 \cdot 10^{-13}$$

8. Lanjutkan ke langkah 2 dan mengatur TOL ke TOL2. Nilai yang dikembalikan oleh perubahan akar dari -0,152137970680456 ke -0,152137970680457 dan ini tercapai dalam 19 iterasi.

9. Pastikan bahwa nilai-nilai dikembalikan lulus uji persamaan:

$$diff2 := \left|(-0.152137970680457) - (-0.152137970680580)\right|$$

$$ave2 := \left|\frac{(-0.152137970680457) + (-0.152137970680580)}{2}\right|$$

$$test2 := \frac{diff2}{ave2} = 8.084 \cdot 10^{-13}$$

Contoh soal 5

Contoh: Fungsi rekursif

Gunakan kemampuan pemrograman PTC Mathcad untuk mendefinisikan fungsi rekursif.

Contoh 1: Mendefinisikan faktorial Fungsi

1. Mendefinisikan fungsi Fac yang menghitung nilai faktorial dari n. Label fungsi Anda menggunakan label Fungsi.

$$\mathrm{Fac}(n) := \left\| \begin{array}{l} \text{if } n > 1 \\ \quad \| \; n \cdot \mathrm{Fac}(n-1) \\ \text{else} \\ \quad \| \; 1 \end{array} \right.$$

catatan

Fungsi Fac diberi label sebagai Fungsi.

2. Hitung nilai faktorial dari 6 menggunakan Fac dan memeriksa menggunakan operator faktorial PTC Mathcad.

$$\mathrm{Fac}(6) = 720$$

$$6! = 720$$

3. Tentukan fungsi lain Fac dengan kondisi yang berbeda pada n dan memanggil fungsi, seperti yang ditunjukkan di bawah ini.

$$\mathrm{Fac}(n) := \left\| \begin{array}{l} \text{if } n > 3 \\ \quad \| \; n \cdot \mathrm{Fac}(n-1) \\ \text{else} \\ \quad \| \; 1 \end{array} \right.$$

$\mathrm{Fac}(6) = 720$

PTC Mathcad menghasilkan hasil yang sama karena melihat kembali definisi Fac sebelumnya untuk melakukan perhitungan.

4. Nonaktifkan definisi pertama untuk melihat perbedaan dalam hasil. Menghindari ambiguitas ini dengan tidak menggunakan kembali nama fungsi.

Contoh 2: Komputasi Greatest Common Divisor (GCD) dari dua bilangan bulat positif

1. Menulis fungsi GCD rekursif yang menghitung faktor persekutuan terbesar dari dua angka, yang merupakan bilangan bulat terbesar yang merata membagi x dan y.

$$\mathrm{GCD}(x,y) := \left\| \begin{array}{l} \text{if } x = 0 \\ \quad \| \, y \\ \text{else} \\ \quad \| \, \mathrm{GCD}(\mathrm{mod}(y,x),x) \end{array} \right.$$

2. Memanggil fungsi ini dengan berbagai nilai.

$\mathrm{GCD}(945,90) = 45$

$\mathrm{GCD}(17,131) = 1$

Program ini adalah sama dengan built-in yang umum fungsi pembagi terbesar (gcd):

$\gcd\left(\begin{bmatrix} 945 \\ 90 \end{bmatrix}\right) = 45$

$\gcd\left(\begin{bmatrix} 17 \\ 131 \end{bmatrix}\right) = 1$

Contoh 3: Mendefinisikan the nth Iterate dari Fungsi f(x) pada titik a.

1. Menulis fungsi rekursif sarang yang menghitung iterasi n dari fungsi f (x) pada titik.

$$\text{nest}(f,a,n) := \left\| \begin{array}{l} \text{if } n \le 0 \\ \quad \| \, a \\ \text{else} \\ \quad \| \, f(\text{nest}(f,a,n-1)) \end{array} \right.$$

2. Tentukan fungsi f (x) dan tetapkan 1 ke a.

$$f(x) := x^2 + 1$$

$$a := 1$$

3. Memanggil fungsi ini dengan berbagai nilai.

$$\text{nest}(f,a,1) = 2$$

$$\text{nest}(f,a,2) = 5$$

$$\text{nest}(f,a,3) = 26$$

$$\text{nest}(f,a,4) = 677$$

Contoh 4: Mendefinisikan urutan Fibonacci (Dua Panggilan Rekursif per Invocation)

1. Tulis fib fungsi yang menghitung nilai Fibonacci urutan untuk n.

$$\text{fib}(n) := \left\| \begin{array}{l} \text{if } n > 1 \\ \quad \| \, \text{fib}(n-1) + \text{fib}(n-2) \\ \text{else} \\ \quad \| \, 1 \end{array} \right.$$

2. Tentukan vektor k dan panggil fungsi.

$$k := 0..8$$

$$\mathrm{fib}(k) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 5 \\ 8 \\ 13 \\ 21 \\ 34 \end{bmatrix}$$

Contoh 5: Mendefinisikan partisi Fungsi

1. Menulis fungsi bagian rekursif yang menghitung sejumlah cara yang berbeda untuk mengekspresikan m sebagai jumlah bilangan bulat positif yang tidak melebihi n.

$$\mathrm{part}(m,n) := \left\| \begin{array}{l} \text{if } m = 1 \\ \quad \| \; 1 \\ \text{if } n = 1 \\ \quad \| \; 1 \\ \text{if } m < n \\ \quad \| \; \mathrm{part}(m,m) \\ \text{if } (m = n) \wedge (n > 1) \\ \quad \| \; 1 + \mathrm{part}(m, m-1) \\ \text{if } (m > n) \wedge (n > 1) \\ \quad \| \; \mathrm{part}(m, n-1) + \mathrm{part}(m-n, n) \end{array} \right.$$

2. Memanggil fungsi dengan berbagai nilai.

$$\mathrm{part}(5,5) = 7$$

$$\mathrm{part}(20,10) = 530$$

Contoh 6: Membuat Acak Binary Tree

1. Menulis fungsi rekursif Tree yang menciptakan biner tree acak.

$$\mathrm{Tree}(p) := \left[\begin{array}{l} \text{if } \mathrm{rnd}(1) < p \\ \quad \mathrm{Tree}(p) \\ \text{else} \\ \quad 0 \\ \text{if } \mathrm{rnd}(1) < p \\ \quad \mathrm{Tree}(p) \\ \text{else} \\ \quad 0 \end{array}\right]$$

2. Panggil fungsi.

$$T := \mathrm{Tree}(0.5)$$

$$T = \begin{bmatrix} [2 \times 1] \\ 0 \end{bmatrix}$$

Contoh 7: Menemukan Height dari Binary Tree

1. Tulis height fungsi rekursif yang mengembalikan height biner tree.

$$\mathrm{height}(t) := \left\| \begin{array}{l} \text{if } \mathrm{rows}(t) = 0 \\ \quad 0 \\ \text{else} \\ \quad \max\left(\begin{bmatrix} \mathrm{height}(t_0) \\ \mathrm{height}(t_1) \end{bmatrix}\right) + 1 \end{array} \right\|$$

2. Memanggil fungsi dengan tree yang Anda buat dalam contoh sebelumnya.

$$\mathrm{height}(T) = 6$$

Contoh 8: Menyiapkan Sieve Eratosthenes untuk mencari Bilangan Prima

1. Menulis fungsi p rekursif yang menghitung semua bilangan prima yang lebih kecil dari n, dengan menggunakan Sieve of Eratosthenes.

```
p(n) := | if n = 2
        |   | [0]
        |   | [2]
        | if n > 2
        |   | a_n ← 0
        |   | r ← p(ceil(√n))
        |   | for i ∈ 2 .. length(r)
        |   |   | for j ∈ 2 .. n / r_(i−1)
        |   |   |   | a_(r_(i−1)·j) ← 1
        |   | j ← 1
        |   | for i ∈ 2 .. n
        |   |   | if a_i = 0
        |   |   |   | q_j ← i
        |   |   |   | j ← j + 1
        |   |   | 1
        |   | q
```

2. Memanggil fungsi untuk mendapatkan vektor dari semua bilangan prima hingga 200.

$$p(200)^T = [0\ \ 2\ \ 3\ \ 5\ \ 7\ \ 11\ \ 13\ \ 17\ \ 19\ \ 23\ \ 29\ \ 31\ \ \ldots]$$

APPENDIX B

Appendix B:
PTC Mathcad Prime 3.0 Keyboard Shortcuts

Shortcuts for editing

Enter	Insert blank line. In text, begin a new paragraph.
Delete	Delete blank line. In text or math, remove character to the right of the insertion line.
Shift+Enter	In text, begin a new line within a paragraph.
Ctrl+Enter	Selects the active region.
Ctrl+A	In text, select all the text in the text region.
Ctrl+A	In a blank spot, select all regions in the worksheet.
Ctrl+F	Moves the cursor to the Find box on the Status Bar.
Ctrl+Z	Undo last edit.
Ctrl+Y	Redo. Reverses the action of Undo.
Ctrl+C	Copy selection to clipboard.
Ctrl+V	Paste clipboard contents into worksheet.
Ctrl+X	Cut selection to clipboard.
Ctrl+W	Closes currently open worksheet.

Shortcuts for worksheet Management

Ctrl+F4	Close worksheet.
Ctrl+F6	Make next window active.
Ctrl+N	Create new worksheet.
Ctrl+O	Open worksheet.
Ctrl+P	Print worksheet.
Ctrl+S	Save worksheet.
Alt+F4	Quit.
Ctrl+R	Redraw screen.
F1	Open PTC Mathcad Help.
F5 or F9	Calculates the active math region and all related regions.
Ctrl+F5	Recalculates all regions in the worksheet.
Shift+F1	Enter or exit context sensitive Help.
Esc	Exit context sensitive Help or interrupt a calculation.
Ctrl+F1	Minimizes or maximizes the Ribbon.

Greek romawi

Enter Roman, then type ctrl + G

Greek	Uppercase	Lowercase	Roman
Alpha	A	α	A/a
Beta	B	β	B/b
Gamma	Γ	γ	G/g
Delta	Δ	δ	D/d
Epsilon	E	ε	E/e
Zeta	Z	ζ	Z/z
Eta	H	η	H/h
Theta	Θ	θ	Q/q
Theta (alt.)	ϑ		J
Iota	I	ι	I/i
Kappa	K	κ	K/k
Lambda	^	λ	L/l
Mu	M	μ	M/m
Nu	N	ν	N/n
Xi	Ξ	ξ	X/x
Omicron	O	o	O/o
Pi	Π	π	P/p
Rho	p	ρ	R/r
Sigma	Σ	σ	S/s
Tau	T	τ	T/t
Upsilon	U	υ	U/u
Phi	Φ	ϕ	F/f
Phi (alt.)		φ	j
Chi	X	χ	C/c
Psi	Ψ	ψ	Y/y
Omega	Ω	ω	W/w

APPENDIX B

Math Constants

Constant	Keystroke	Name	Default Value
∞	Ctrl+Shift+Z	Infinity	$1*10^{307}$
i or j	1i or 1j	The imaginary units	Square root of −1
π	p, Ctrl+G	Pi	3.142
NaN	NaN	Not a Number	NaN

Physics Constants

Constant	Description	Value
c	Speed of light in vacuum	$c=(2.998\cdot 10^{8})\ \frac{m}{s}$
e_c	Elementary charge	$e_c=(1.602\cdot 10^{-19})\ C$
h	Planck's **constant**	$h=(6.626\cdot 10^{-34})\ \frac{kg\cdot m^2}{s}$
$\hbar$	Reduced Planck's **constant**	$\hbar=(1.055\cdot 10^{-34})\ \frac{kg\cdot m^2}{s}$
k	Boltzmann **constant**	$k=(1.381\cdot 10^{-23})\ \frac{kg\cdot m^2}{s^2\cdot K}$
m_u	Atomic mass unit	$m_u=(1.661\cdot 10^{-27})\ kg$
N_A	Avogadro's number	$N_A=(6.022\cdot 10^{23})\ \frac{1}{mol}$
R	Molar gas **constant**	$R=8.314\ \frac{kg\cdot m^2}{s^2\cdot K\cdot mol}$
R_∞	Rydberg **constant**	$R_\infty=(1.097\cdot 10^{7})\ \frac{1}{m}$
α	Fine structure **constant**	$\alpha = 0.007$
γ	Euler-Mascheroni's **constant**	$\gamma = 0.577$
ε_0	Permittivity of free space	$\varepsilon_0=(8.854\cdot 10^{-12})\ \frac{s^4\cdot A^2}{kg\cdot m^3}$
μ_0	Magnetic permeability of free space	$\mu_0=(1.257\cdot 10^{-6})\ \frac{kg\cdot m}{s^2\cdot A^2}$
σ	Stefan-Boltzmann **constant**	$\sigma=(5.67\cdot 10^{-8})\ \frac{kg}{s^3\cdot K^4}$
Φ_0	Magnetic flux quantum	$\Phi_0=(2.068\cdot 10^{-15})\ Wb$

System Variables

Name	Default Value	Use
TOL	0.001	Controls the convergence precision of some functions such as integrals, derivatives, odesolve and the root functions.
CTOL	0.001	Controls how closely a constraint in a solve block must be met for a solution to be acceptable when using find, minerr, minimize, or maximize.
ORIGIN	0	Controls array indexing. You can reset ORIGIN to 1 on the Calculation tab, or you can redefine ORIGIN to another value in your worksheet.
PRNPRECISION	4	Controls the number of significant digits to be used when writing to an ASCII data file with the WRITEPRN or APPENDPRN functions.
PRNCOLWIDTH	8	Controls the width of columns in an ASCII data file created by the WRITEPRN or APPENDPRN functions.
CWD	Current working directory in the form of a string variable	Use this system variable as an argument to file handling functions.

Softcopy naskah terakhir yang dikirim ke penerbit (Matematika Teknik)

ORIGINALITY REPORT

11%	10%	2%	4%
SIMILARITY INDEX	INTERNET SOURCES	PUBLICATIONS	STUDENT PAPERS

PRIMARY SOURCES

1	www.readbag.com Internet Source	3%
2	repository.syekhnurjati.ac.id Internet Source	2%
3	Submitted to UIN Syarif Hidayatullah Jakarta Student Paper	1%
4	documents.mx Internet Source	1%
5	bakoeltutorial.blogspot.co.id Internet Source	1%
6	www.coursehero.com Internet Source	<1%
7	amigaland.com Internet Source	<1%
8	docslide.us Internet Source	<1%
9	Fountas, N., N. Vaxevanidis, C. Stergiou, and R. Benhadj-Djilali. "Evaluation of 3- and 5-axis sculptured surface machining in CAM	<1%

environment through design of experiments", International Journal of Computer Integrated Manufacturing, 2015.
Publication

10	archive.org Internet Source	<1 %
11	www.scribd.com Internet Source	<1 %
12	Submitted to Heriot-Watt University Student Paper	<1 %
13	Submitted to Anglo-Chinese School (Independent) Student Paper	<1 %
14	www.mathematicsmagazine.com Internet Source	<1 %
15	www.peteletrica.ufc.br Internet Source	<1 %
16	gaut.am Internet Source	<1 %
17	Submitted to Federal University of Technology Student Paper	<1 %
18	www.komputerseo.com Internet Source	<1 %
19	Submitted to Universitas 17 Agustus 1945 Surabaya Student Paper	<1 %

20	suggyjunivans.blog.widyatama.ac.id Internet Source	<1%
21	solar.physics.montana.edu Internet Source	<1%
22	id.scribd.com Internet Source	<1%
23	agbrum.sites.uol.com.br Internet Source	<1%
24	gsuite.google.com Internet Source	<1%
25	fakkelbrigade.eu Internet Source	<1%
26	Grous, Ammar. "Reliability Indices", Fracture Mechanics 2 Grous/Fracture Mechanics 2, 2013. Publication	<1%
27	www.aacegroup.com Internet Source	<1%
28	click-star.jp Internet Source	<1%
29	www.esmonline.org Internet Source	<1%
30	datateca.unad.edu.co Internet Source	<1%
31	computer9.net Internet Source	<1%

32	streamline-servers.com Internet Source	<1%
33	abdulkhakim12.blogspot.com Internet Source	<1%
34	eprints.umm.ac.id Internet Source	<1%
35	www.math.uzh.ch Internet Source	<1%
36	caramaster.blogspot.com Internet Source	<1%
37	P. Indyk, D. Woodruff. "Tight lower bounds for the distinct elements problem", 44th Annual IEEE Symposium on Foundations of Computer Science, 2003. Proceedings., 2003 Publication	<1%

Exclude quotes	Off	Exclude matches	Off
Exclude bibliography	On		

Softcopy naskah terakhir yang dikirim ke penerbit (Matematika Teknik)

GRADEMARK REPORT

FINAL GRADE

/0

GENERAL COMMENTS

Instructor

PAGE 1

PAGE 2

PAGE 3

PAGE 4

PAGE 5

PAGE 6

PAGE 7

PAGE 8

PAGE 9

PAGE 10

PAGE 11

PAGE 12

PAGE 13

PAGE 14

PAGE 15

PAGE 16

PAGE 17

PAGE 18

PAGE 19

PAGE 20

PAGE 21

PAGE 22

PAGE 23

PAGE 24

PAGE 25

PAGE 26

PAGE 27

PAGE 28

PAGE 29

PAGE 30

PAGE 31

PAGE 32

PAGE 33

PAGE 34

PAGE 35

PAGE 36

PAGE 37

PAGE 38

PAGE 39

PAGE 40

PAGE 41

PAGE 42

PAGE 43

PAGE 44

PAGE 45

PAGE 46

PAGE 47

PAGE 48

PAGE 49

PAGE 50

PAGE 51

PAGE 52

PAGE 53

PAGE 54

PAGE 55

PAGE 56

PAGE 57

PAGE 58

PAGE 59

PAGE 60

PAGE 61

PAGE 62

PAGE 63

PAGE 64

PAGE 65

PAGE 66

PAGE 67

PAGE 68

PAGE 69

PAGE 70

PAGE 71

PAGE 72

PAGE 73

PAGE 74

PAGE 75

PAGE 76

PAGE 77

PAGE 78

PAGE 79

PAGE 80

PAGE 81

PAGE 82

PAGE 83

PAGE 84

PAGE 85

PAGE 86

PAGE 87

PAGE 88

PAGE 89

PAGE 90

PAGE 91

PAGE 92

PAGE 93

PAGE 94

PAGE 95

PAGE 96

PAGE 97

PAGE 98

PAGE 99

PAGE 100

PAGE 101

PAGE 102

PAGE 103

PAGE 104

PAGE 105

PAGE 106

PAGE 107

PAGE 108

PAGE 109

PAGE 110

PAGE 111

PAGE 112

PAGE 113

PAGE 114

PAGE 115

PAGE 116

PAGE 117

PAGE 118

PAGE 119

PAGE 120

PAGE 121

PAGE 122

PAGE 123

PAGE 124

PAGE 125

PAGE 126

PAGE 127

PAGE 128

PAGE 129

PAGE 130

PAGE 131

PAGE 132

PAGE 133

PAGE 134

PAGE 135

PAGE 136

PAGE 137

PAGE 138

PAGE 139

PAGE 140

PAGE 141

PAGE 142

PAGE 143

PAGE 144

PAGE 145

PAGE 146

PAGE 147

PAGE 148

PAGE 149

PAGE 150

PAGE 151

PAGE 152

PAGE 153

PAGE 154

PAGE 155

PAGE 156

PAGE 157

PAGE 158

PAGE 159

PAGE 160

PAGE 161